第一章 空间几何体

1.1 空间几何体的结构

要点回顾

1、空间几何体的分类：

$$\text{空间几何体}\begin{cases}\text{多面体--棱柱、棱锥、棱台、...}\\ \text{旋转体--圆柱、圆锥、圆台、球、...}\\ \text{...}\end{cases}$$

2、多面体的概念：由若干个多边形围成的空间图形叫多面体；每个多边形叫多面体的面，两个面的公共边叫多面体的棱，棱和棱的公共点叫多面体的顶点，连结不在同一面上的两个顶点的线段叫多面体的对角线。

3、棱柱的概念：有两个面互相平行，其余每相邻两个面的交线互相平行，这样的多面体叫棱柱。两个互相平行的面叫棱柱的底面（简称底）；其余各面叫棱柱的侧面；两侧面的公共边叫棱柱的侧棱；两底面所在平面的公垂线段叫棱柱的高（公垂线段长也简称高）。

4．棱柱的分类：侧棱不垂直于底面的棱柱叫斜棱柱。侧棱垂直于底面的棱柱叫直棱柱。底面的是正多边形的直棱柱叫正棱柱。棱柱的底面可以是三角形、四边形、五边形……这样的棱柱分别叫三棱柱、四棱柱、五棱柱……

5、棱锥的概念：有一个面是多边形，其余各面是有一个公共顶点的三角形，这样的多面体叫棱锥。其中有公共顶点的三角形叫棱锥的侧面；多边形叫棱锥的底面或底；各侧面的公共顶点(S)，叫棱锥的顶点，顶点到底面所在平面的垂线段(SO)，叫棱锥的高（垂线段的长也简称高）.

6、棱锥的分类：（按底面多边形的边数）

分别称底面是三角形，四边形，五边形……的棱锥为三棱锥，四棱锥，五棱锥……

7、简单组合体的构成形式：①拼接；②截去或挖去。

基础训练

1、下列图形中不一定是平面图形的是（　　）

A．三角形　；　　B．平行四边形；　C．梯形　；　　D．四边相等的四边形

2、下列各组几何体中是多面体的一组是　（　　）

A.三棱柱、四棱台、球、圆锥

B.三棱柱、四棱台、正方体、圆台

C.三棱柱、四棱台、正方体、六棱锥

D.圆锥、圆台、球、半球

3、给出下列命题：

①直线绕直线旋转形成柱面；　②直角梯形绕一边旋转形成圆台；

③半圆绕直径旋转一周形成球；　其中正确的个数为(　　).

A．1；　　B．2；　　C．3；　　D．0

4、下列说法中正确的是　（　　）

A.棱柱的两个互相平行的平面一定是棱柱的底面

B.棱柱中所有的棱长都相等

C.棱柱的侧面是平行四边形,但它的底面一定不是平行四边形

D.棱柱的面中,至少有两个面互相平行

5、下列说法正确的是　（　　）

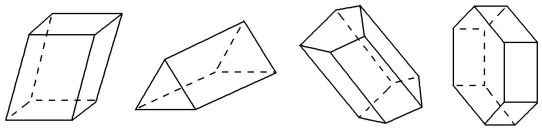
A.棱锥的侧面不一定是三角形；

B.棱锥的各侧棱长一定相等

C.棱台的各侧棱的延长线交于一点

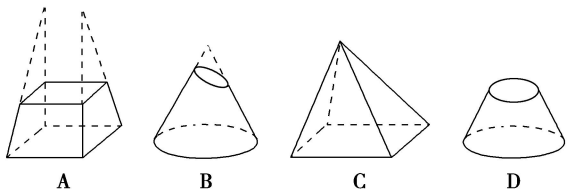
D.用一平面去截棱锥,得到两个几何体,一个是棱锥,一个是棱台

6、下列几何体中是柱体的有(　　).

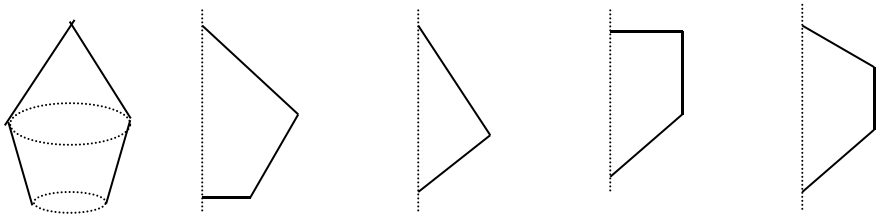


A．1 个　B．2 个　C．3 个　D．4 个

7、下列几何体中是台体的是(　　).



8、下图是由哪个平面图形旋转得到的（　　）



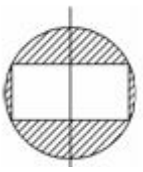
9、如图所示的平面图形中阴影部分绕中间轴旋转一周，形成的旋转体形状为(　　)

A．一个球体

B．一个球体中挖去一个圆柱

C．一个圆柱

D．一个球体中间挖去一个棱柱

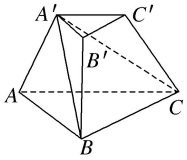


10、如图所示，在三棱台 A′ B′ C′ —ABC 中，截去三棱锥

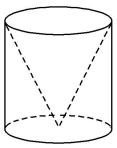
A′ —ABC，则剩余部分是(　　)

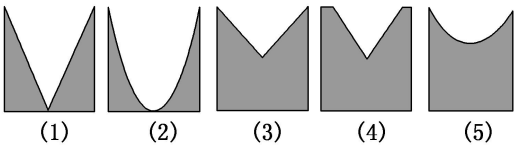
A．三棱锥 ；B．四棱锥

C．三棱柱； D．组合体



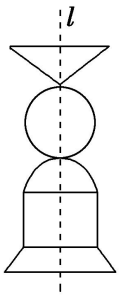
11、如图所示的几何体是由一个圆柱挖去一个以圆柱上底面为底面，下底面圆心为顶点的圆锥而得到的几何体，现用一个竖直的平面去截这个几何体， 则截面图形可能是(　　)





A．(1)(2)；　　B．(1)(3)；　　C．(1)(4) ；　　D．(1)(5)

12、如图所示，是由等腰梯形、矩形、半圆、圆、倒三角形对接形成的轴对称平面图形，若将它绕轴 l 旋转 180°后形成一个组合体，有以下命题：



该组合体可以分割成圆台、圆柱、圆锥和两个球体

① ①该组合体可以分割成圆台、圆柱、圆锥和两个球体

②该组合体关于轴 l 对称

③该组合体中的圆锥和球只有一个公共点

④该组合体中的球和半球只有一个公共点

其中正确的是_____.

13、一个棱柱至少有_____个面，面数最少的一个棱锥有_____个顶点，

顶点最少的一个棱台有_____条侧棱。

14、判断下列各题：

（1）有两个面互相平行，其余各面都是平行四边形的多面体叫棱柱；

（2）棱柱的底面一定是平行四边形

（3）正方体和长方体都是特殊的四棱柱

（4）各个面都是三角形的几何体是三棱锥

（5）由一个面是多边形，其余各个面是三角形所围成的几何体是棱锥

（6）棱锥的底面一定是三角形

（7）棱锥被平面截成的两部分不可能都是棱锥.

（8）两个底面平行且相似,其余的面都是梯形的多面体是棱台;

（9）一平面截一棱锥得到一个棱锥和一个棱台

（10）圆锥的顶点与底面圆周上的任意一点的连线都是母线

1.2 空间几何体的三视图和直观图

要点回顾

1、中心投影：光由一点向外散射形成的投影。

2、平行投影：在一束平行光线照射下形成的投影，在平行投影中，投影线正对着投影面时，叫做正投影，否则叫做斜投影。

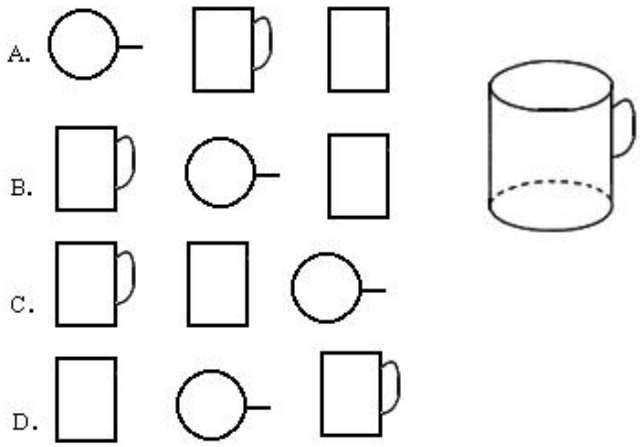
3、三视图：光线从几何体的前面向后面的正投影，叫正视图；光线从几何体的左面向右面的正投影，叫侧视图；光线从几何体的上面向下面的正投影，叫俯视图。

4、三种视图的关系：长对正，高平齐，宽相等。

5、斜二测画法：$\angle xoy = 45^0$，平行于 y 轴的线段长度减半；平行于 x 轴和 z 轴的线段长度不变。

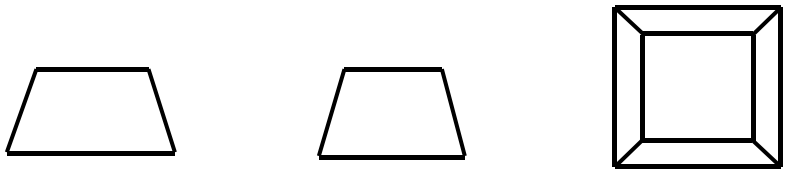
基础训练

1．如图所示茶杯，其正视图、侧视图及俯视图依次为（　　）



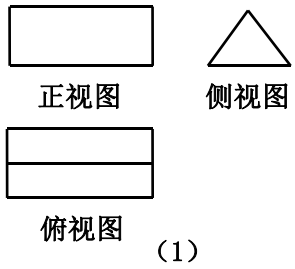
2、有一个几何体的三视图如下图所示，这个几何体应是一个（　　）

A．棱台　　B．棱锥　　C．棱柱　　D．都不对

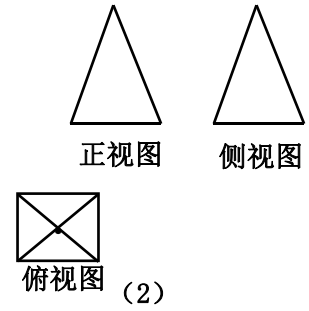


主视图　　**左视图**　　**俯视图**

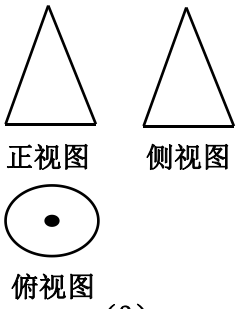
3、如图⑴、⑵、⑶、⑷为四个几何体的三视图，根据三视图可以判断这四个几何体依次分别为（　　）



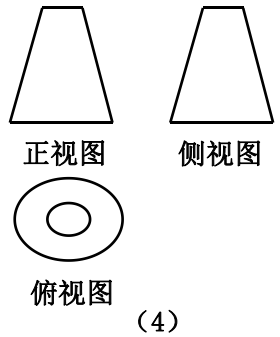
（1）



（2）



（3）

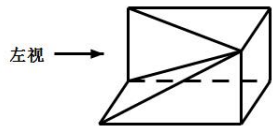


（4）

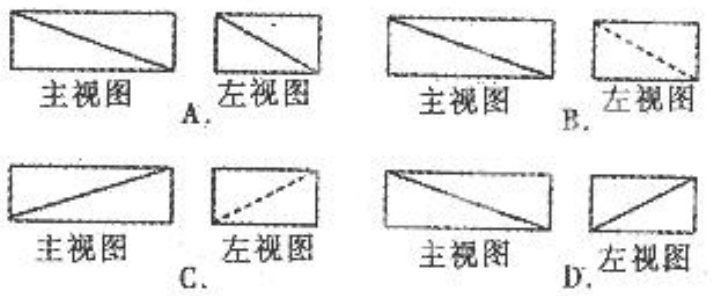
A．三棱台、三棱柱、圆锥、圆台　　B．三棱台、三棱锥、圆锥、圆台

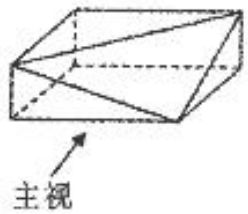
C．三棱柱、三棱台、圆锥、圆台　　D．三棱柱、正四棱锥、圆锥、圆台

4、将长方体截去一个四棱锥，得到的几何体如右图所示，则该几何体的左视图为（　　）

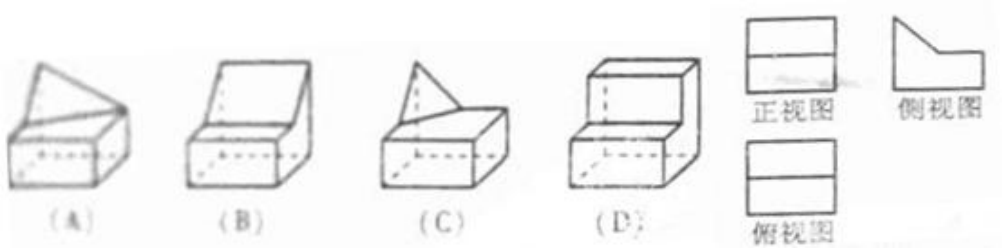


5、如图几何体的主（正）视图和左（侧）视图都正确的是（　　）

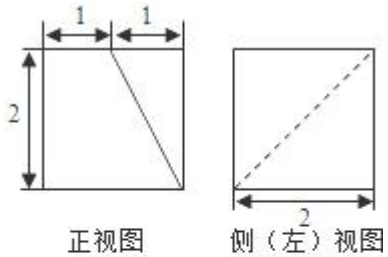


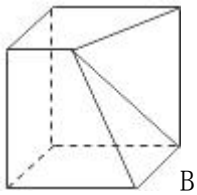
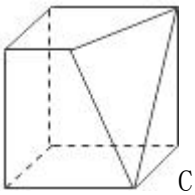
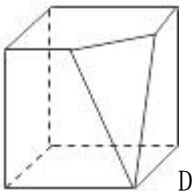
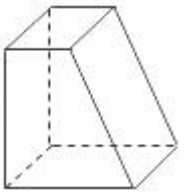


6、几何体的三视图如图所示，则这个几何体的直观图可以是

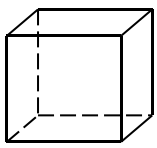


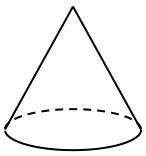
7、若某几何体的三视图如图所示，则此几何体的直观图是(　　)

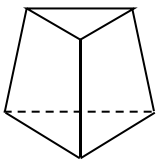


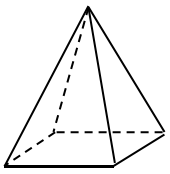
A.  B.  C.  D. 

8、下列几何体各自的三视图中，有且仅有两个视图相同的是（　　）


①正方形


②圆锥


③三棱台


④ 正 四 棱

A．①②　　B．①③　　C．①④　　D．②④

9、)右图是长和宽分别相等的两个矩形．给定下列三个命题：

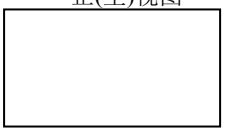
①存在三棱柱，其正(主)视图、俯视图如右图；

②存在四棱柱，其正(主)视图、俯视图如右图；

③存在圆柱，其正(主)视图、俯视图如右图．

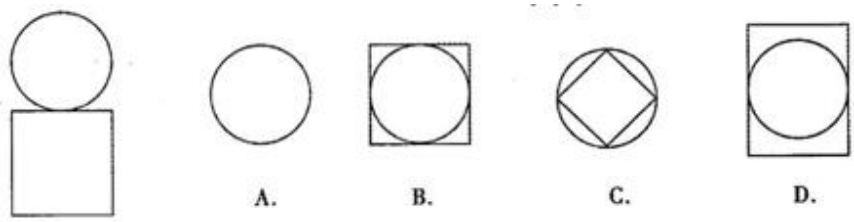
其中真命题的个数是：　(A)3　　(B)2　(C)1　　(D)0

正(主)视图

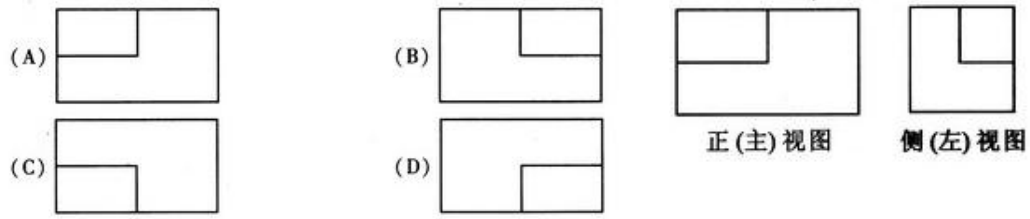


俯视图

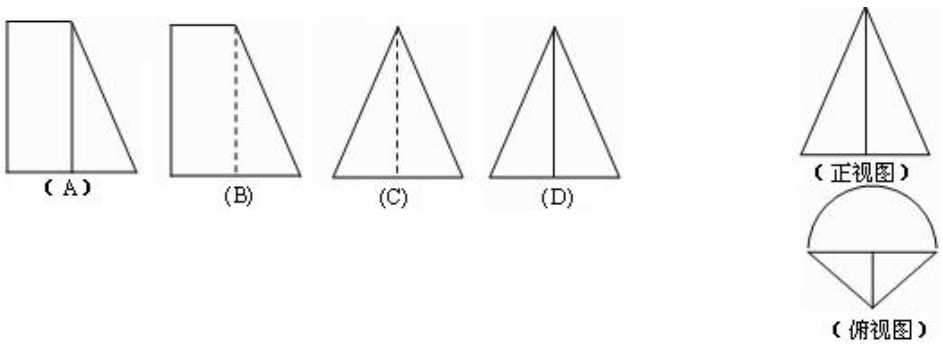
10、某几何体的正视图如左图所示，则该几何体的俯视图不可能的是　　（　　）



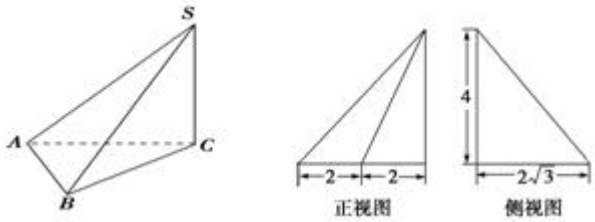
11、一个长方体去掉一个小长方体，所得几何体的正（主）视图与侧（左）视图分别如右图所示，则该几何体的俯视图为（　　）



12、在一个几何体的三视图中，正视图和俯视图如右图所示，则相应的侧视图可以为（　　）



13、三棱锥 S-ABC 及其三视图中的正视图和侧视图如图所示，则棱 S B 的长为（　　）



A．$4\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{19}$　　C．$\sqrt{20}$　　D．$4\sqrt{3}$

14、按照斜二测画法作水平放置的平面图形的直观图，可能改变的是　（　　）

A．两线段的平行性　　B．平行于 x 轴的线段的长度

C．同方向上两线段的比　　D．角的大小

15、利用斜二测画法得到的

①三角形的直观图是三角形.

②平行四边形的直观图是平行四边形.

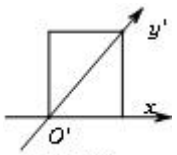
③正方形的直观图是正方形.

④菱形的直观图是菱形.

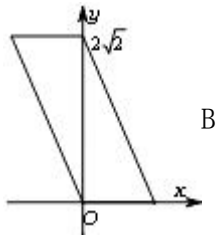
以上结论，正确的是（　）

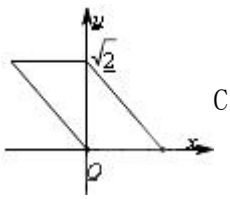
A．①②　　B．①④　　C．③④　　D．①②③④

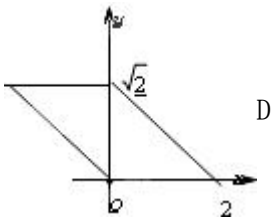
16、利用斜二测画法画一个水平放置的平面四边形的直观图，得到的直观图是一个边长为 1 的正方形（如图所示），则原图形的形状是(　　)

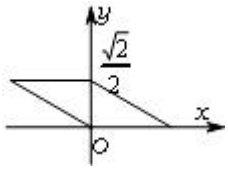


直观图

A. 

B. 

C. 

D. 

17、如果一个水平放置的图形的斜二测直观图是一个底面为 45^0，腰和上底均为1的等腰梯形，那么原平面图形的面积是（　　）

A. $2+\sqrt{2}$；　　B. $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$；　C. $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$；　D. $1+\sqrt{2}$

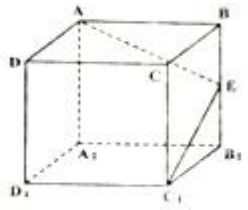
18、用斜二测画法做出正五棱锥的直观图。

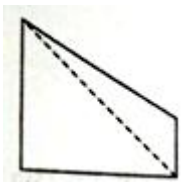
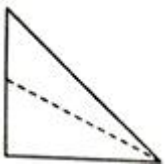
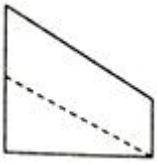
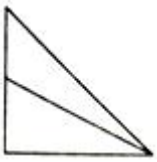
能力提高

1、若一个三角形，采用斜二测画法做出其直观图，则其直观图的面积是原三角形面积（　）

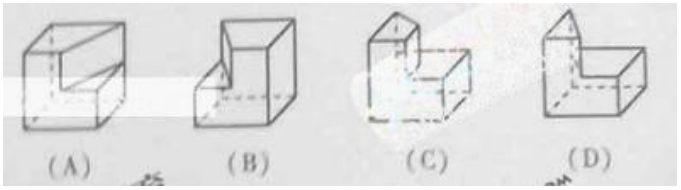
A. $\frac{1}{2}$ 倍　B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 倍　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 倍　D. $\sqrt{2}$ 倍

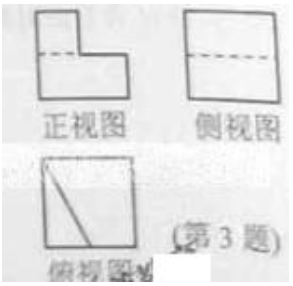
2、如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 棱 BB_1 的中点，用过点 A,E,C_1 的平面截去该正方体的上半部分，则剩余几何体的左视图为（　　）



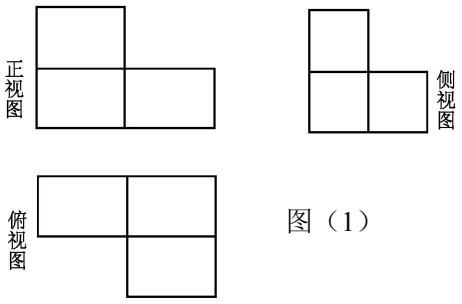
A.  　B.  　C.  　D. 

3、(2011 浙江理)若某几何体的三视图如图所示，则这个几何体的直观图可以是





3、为长方体积木块堆成的几何体的三视图，此几何体共由____块木块堆成;



图（1）

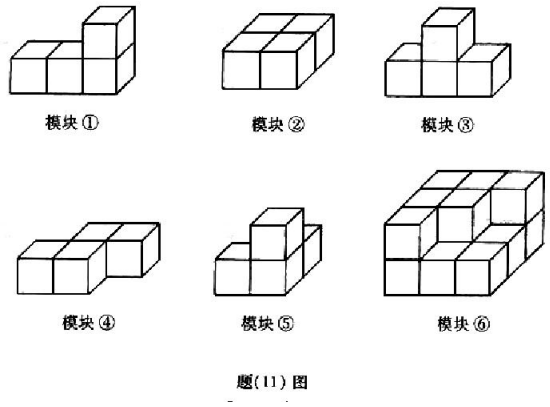
4、如图，模块①－⑤均由 4 个棱长为 1 的小正方体构成，模块⑥由 15 个棱长为 1 的小正方体构成.现从模块①－⑤中选出三个放到模块⑥上，使得模块⑥成为一个棱长为 3 的大正方体.则下列选择方案中，能够完成任务的为 A

(A)模块①，②，⑤

(B)模块①，③，⑤

(C)模块②，④，⑥

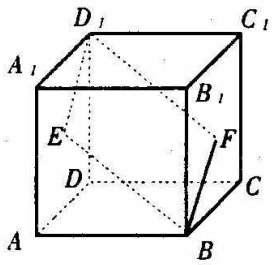
(D)模块③，④，⑤



题(11)图

5　如图，E,F 分别为正方体的面 ADD_1A_1、面 BCC_1B_1 的中心，则四边形 BFD_1E 在该正方体的面上的投影可能是_____

平行四边形或线段_____。



1.3 空间几何体的表面积与体积

要点回顾

	棱柱	棱锥	棱台
表面积	各面面积之和		
体积	$V=Sh$	$V=\frac{1}{3}Sh$	$V=\frac{1}{3}\left(S'+\sqrt{S'S}+S\right)h$

	圆柱	圆锥	圆台	球
表面积	$S=2\pi r^2+2\pi rl$ 其中 l 是母线长	$S=\pi r^2+\pi rl$ 其中 l 是母线长	$S=\pi r^2+\pi r'^2+\pi rl+\pi r'l$ $=\pi(r^2+r'^2+rl+r'l)$	$S=4\pi R^2$
体积	$V=Sh=\pi r^2h$	$V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\pi r^2h$	$V=\frac{1}{3}\left(S'+\sqrt{S'S}+S\right)h$	$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

基础训练

1、球的体积是$\frac{32}{3}$ π，则此球的表面积是（　　）

A．12 π　　B．16 π　　C．$\frac{16}{3}$ π　　D．$\frac{64}{3}$ π

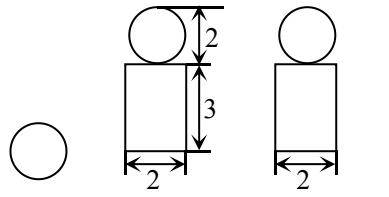
2、如果两个球的体积之比为$8:27$,那么两个球的表面积之比为(　　)

A。 $8:27$　　B。 $2:3$　　C。 $4:9$　　D。 $2:9$

3、一个正方体的顶点都在球面上，它的棱长为$2cm$，则球的表面积是（　　）

A。 $8\pi cm^2$　　B。 $12\pi cm^2$　　C。 $16\pi cm^2$　　D。 $20\pi cm^2$

4、右图是一个几何体的三视图，根据图中数据，可得该几何体的表面积是（　　）

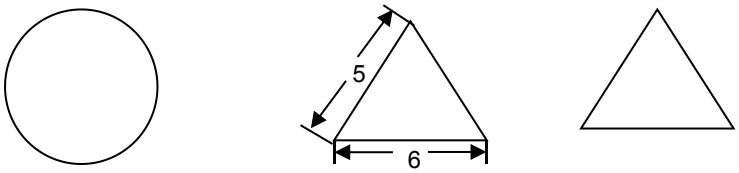


俯视图　正(主)视图　侧(左)视图

A．9π　　B．10π

C．11π　　D．12π

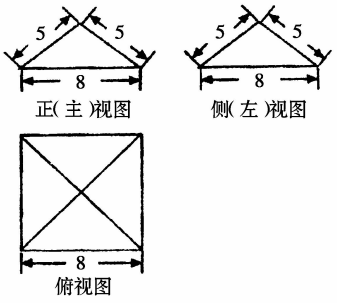
5、有一个几何体的三视图及其尺寸如下（单位cm），则该几何体的表面积及体积为(　　)



A。 $24\pi cm^2$，$12\pi cm^2$　　B。 $15\pi cm^2$，$12\pi cm^2$

C。 $24\pi cm^2$，$36\pi cm^2$　　D。 以上都不正确

6、一个几何体的三视图如图所示，那么此几何体的侧面积（单位：cm²）为：(　　)



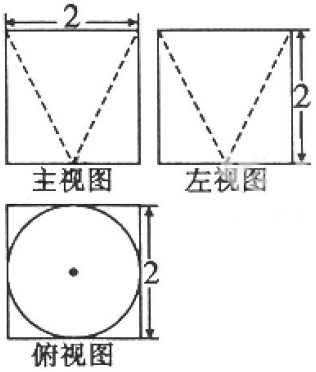
A．48；

B．64；

C．80；

D．120

7、某几何体的三视图如图所示，则它的体积是 （　　）



（A）$8-\frac{2\pi}{3}$

（B）$8-\frac{\pi}{3}$

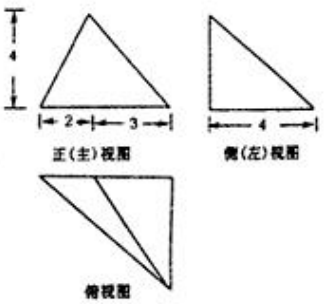
（C）$8-2\pi$

（D）$\frac{2\pi}{3}$

8、棱长都是1的三棱锥的表面积为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $3\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{3}$

9、某三棱锥的三视图如所示，该三棱锥的体积为（　　）



A．20 ；

B．$\frac{40}{3}$ ；

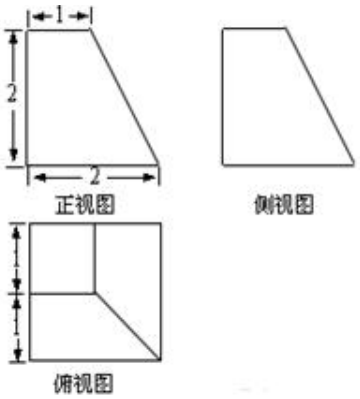
C．56 ；

D．60

10、已知圆台上、下底面面积分别是π、4π，侧面积是6π，则这个圆台的体积是（　　）

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$；　B．$2\sqrt{3}$；　C. $\frac{7\sqrt{3}}{6}\pi$；　D. $\frac{7\sqrt{3}}{3}\pi$

11、某四棱台的三视图如图所示，则该四棱台的体积是（　　）



A．$\frac{14}{3}$ ；

B．4 ；

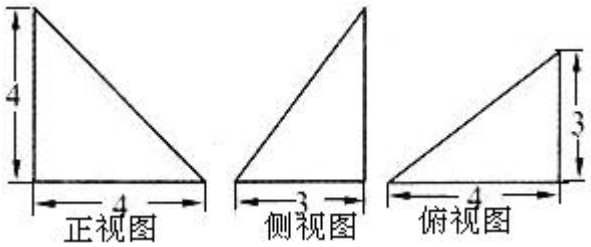
C．$\frac{16}{3}$；

D．6

12、正三棱柱侧面的一条对角线长为 2，且与底面成 45° 角，则此三棱柱的体积为（　　）

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$；　　B. $\sqrt{6}$；　　C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$；　　D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

13、某四面体三视图如图所示，该四面体四个面的面积中最大的是（　）



A. 8　　B. $6\sqrt{2}$　　C. 10　　D. $8\sqrt{2}$

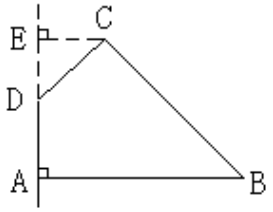
14、圆台的一个底面周长是另一个底面周长的 3 倍，母线长为 3，圆台的侧面积为 84π，则圆台较小底面的半径为（　　）

A。 7　　B。 6　　C。 5　　D。 3

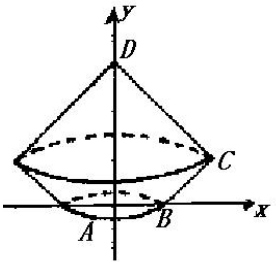
15、圆台的较小底面半径为 1，母线长为 2，一条母线和底面的一条半径有交点且成 60^0，求圆台的侧面积和体积。

16、已知圆台的上下底面半径分别是 2、5,且侧面面积等于两底面面积之和,求该圆台的母线长.

17、如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle DAB=90^0$，$\angle ADC=135^0$，$AB=5$，$CD=2\sqrt{2}$，$AD=2$，求四边形 $ABCD$ 绕 AD 旋转一周所成几何体的表面积及体积。



18、四边形 $ABCD$，$A(0,0)$，$B(1,0)$，$C(2,1)$，$D(0,3)$，绕 y 轴旋转一周，求所得旋转体的表面积及体积.



能力提高

1、长方体的一个顶点上三条棱长分别是 3，4，5，且它的 8 个顶点都在同一球面上，则这个球的表面积是(　　)

A．25π　　B．50π　　C．125π　　D．都不对

2、已知一个长方体共一顶点的三个面的面积分别是$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、$\sqrt{6}$，这个　长方体的对角线长是_____；

3、在棱长为1的正方体上，分别用过共顶点的三条棱中点的平面截该正方形，则截去8个三棱锥后 ，剩下的几何体的体积是（　　）

A。 $\frac{2}{3}$　　B。 $\frac{7}{6}$　　C。 $\frac{4}{5}$　　D。 $\frac{5}{6}$

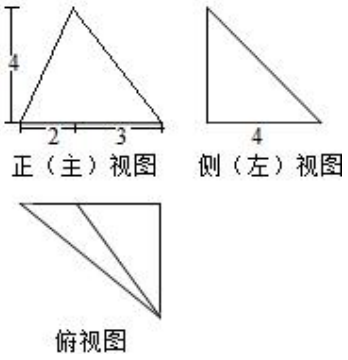
4、正方体棱长为 1，它的互不相邻的四个顶点构成的三棱锥的体积是（　）

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

5、已知一个圆柱的侧面积为 8π，且这个圆柱的底面直径与高都等于同一个球的直径，则这个球的表面积为（　）

A．$\frac{8}{3}\pi$　　B．$\frac{8}{3}\sqrt{2}\pi$　　C．$4\sqrt{2}$ π　　D．8π

6、某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的表面积是（　　）



A．$28+6\sqrt{5}$ ；

B．$60+12\sqrt{5}$；

C．$56+12\sqrt{5}$；

D．$30+6\sqrt{5}$

6、一个圆柱的侧面展开图是一个正方形，这个圆柱的全面积与侧面积的比是（　）

（A）$\frac{1+2\pi}{2\pi}$　　（B）$\frac{1+4\pi}{4\pi}$　　（C）$\frac{1+2\pi}{\pi}$　　（D）$\frac{1+4\pi}{2\pi}$

7、圆锥的侧面积为$\frac{2}{3}\pi$，侧面展开图的圆心角为$\frac{4}{3}\pi$，则此圆锥的体积为（　　）

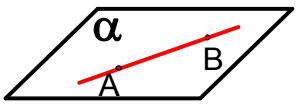
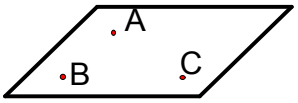
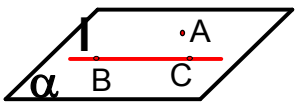
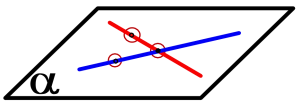
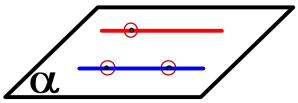
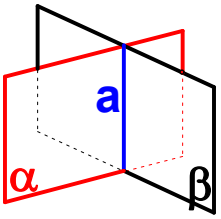
A．$\frac{8\pi}{81}$　　B．$\frac{4\sqrt{3}}{81}\pi$　　C．$\frac{5\sqrt{2}}{81}\pi$　　D．$\frac{4\sqrt{5}}{81}\pi$

第二章　点、直线、平面之间的位置关系

2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系

要点回顾

1、平面的公理：

1: 如果一条直线的两点在一个平面内,那么这条直线上的所有点都在这个平面内	
2: 经过不在同一直线上的三个点有且只有一个平面.	
推论 1:经过一条直线和直线外一点有且只有一个平面.	
推论 2：经过两条相交直线有且只有一个平面.	
推论 3：经过两条平行线有且只有一个平面.	
3: 如果两个平面有一个公共点,那么它们还有其他公共点,这些公共点的集合是一条直线	

2、空间两直线的位置关系：

$$(1)\text{空间两直线}\begin{cases}\text{共面直线}\begin{cases}\text{相交直线：同一平面内，有且只有一个共点；}\\\text{平行直线：同一平面内，没有公共点；}\end{cases}\\\text{异面直线：不同在任何一个平面内，没有公共点。}\end{cases}$$

（2）公理 4：(平行线的传递性)平行于同一条直线的两条直线平行.

（3）定理：空间中如果两个角的两边分别对应平行，那么这两个角相等或互补.

（4）两条异面直线的夹角：已知两条异面直线 a,b，经过空间任一点 0 作直线作 $a' \parallel a$，$b' \parallel b$，则 a' 与 b' 所成的锐角（或直角）就是是异面直线 a,b 的夹角. 如果两条异面直线所成的角是直角，就说这两条异面直线互相垂直。

3、直线与平面的位置关系

$$\text{直线与平面的位置关系:}\begin{cases}\text{直线在平面内}\Leftrightarrow\text{有无数个公共点}\\\text{直线在平面外}\begin{cases}\text{相交(包含垂直)}\Leftrightarrow\text{只有一个公共点}\\\text{平行}\Rightarrow\text{没有公共点}\end{cases}\end{cases}$$

4、平面与平面的位置关系

（1）两个平面平行----没有公共点；

（2）两个平面相交----有一条公共直线。

基础训练

1、判断下列各题：

（1）三点确定一个平面

（2）三角形必是平面图形。

（3）四边形一定是平面图形

（4）梯形一定是平面图形

（5）两条直线确定一个平面

（6）两两相交的三条直线必在同一个平面内

（7）两条相交直线上的三个点可以确定一个平面

（8）一条直线和一个点可以确定一个平面

（9）过同一点的三条直线不一定在同一平面内

（10）有三个公共点的两个平面重合。

2．经过空间任意三点作平面 （ ）

A．只有一个； B．可作二个 ； C．可作无数多个；D．只有一个或有无数多个

3．四条线段顺次首尾相连，它们最多可确定的平面个数有（ ）

A．4 个 B．3 个 C．2 个 D．1 个

4．空间三条直线互相平行, 由每两条平行线确定一个平面, 则可确定平面的个数为（ ）

A．3 B．1 或 2 C．1 或 3 D．2 或 3

5．把正方体各个面伸展成平面，则把空间分为的部分数值为 ( )

A．13 B．19 C．21 D．27

6．三个互不重合的平面把空间分成六个部份时，它们的交线有（ ）

A．1 条 B．2 条 C．3 条 D．1 条或 2 条

7．在空间中，下列命题正确的是 （C ）

A．对边相等的四边形一定是平面图形

B．四边相等的四边形一定是平面图形

C．有一组对边平行的四边形是平面图形

D．有一组对角相等的四边形是平面图形

8．在空间四边形 ABCD 的边 AB、BC、CD、DA 上分别取 E、F、G、H 四点如果 EF 与 HG 交于点 M，则（ ）

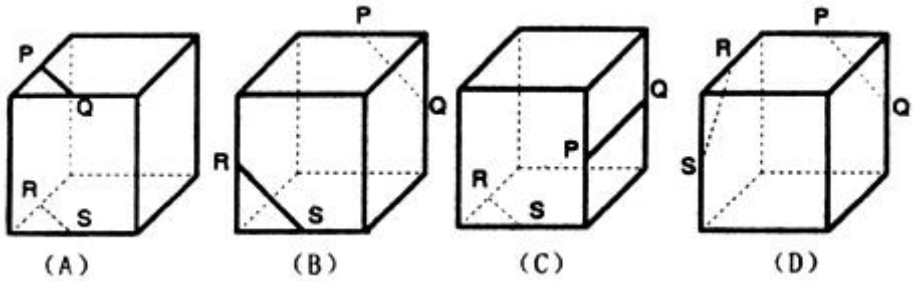
A．M 一定在直线 AC 上

B．M 一定在直线 BD 上

C．M 可能在 AC 上，也可能在 BD 上

D．M 不在 AC 上，也不在 BD 上

9．如图，点 P、Q、R、S 分别在正方体的四条棱上，并且是所在棱的中点，则直线 PQ 与 RS 是异面直线的一个图是（ ）



10. 一条直线与两条平行线中的一条是异面直线，那么它与另一条直线的位置关系是（　）

A．相交　　B．异面　　C．平行　　D．相交或异面

11、下面四个命题：

①若直线 a,b 异面，b,c 异面，则 a,c 异面；

②若直线 a,b 相交，b,c 相交，则 a,c 相交；

③若 $a\parallel b$，则 a,b 与 c 所成的角相等；

④若 $a\perp b$，$b\perp c$，则 $a\parallel c$.

其中真命题的个数为（　）　A．1　B．2　C.3　D．4

12、“直线在平面外”是指（　　）

A．直线与平面没有公共点

B．直线与平面相交

C．直线与平面平行

D．直线与平面最多只有一个公共点

13．若直线上有两个点在平面外，则（　）

A．直线上至少有一个点在平面内　　B．直线上有无穷多个点在平面内

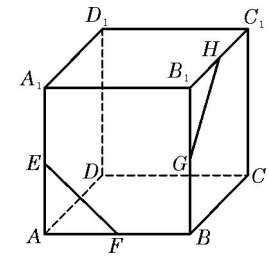
C．直线上所有点都在平面外　　D．直线上至多有一个点在平面内

14、已知直线 l 不平行于平面 α,则下列结论正确的是（　　）

A．平面 α 内必存在直线与 l 异面；B．平面 α 内不存在直线与 l 平行；

C．平面 α 内直线均与 l 相交；　　D．直线 l 与平面 α 有公共点。

15、（2007 福建文 6）如图，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F、G、H 分别为 AA_1、AB、BB_1、BC_1 的中点，则异面直线 EF 与 GH 所成的角等于（　　）



A.45°　　B.60°　　C.90°　　D.120°

16．在空间四边形 ABCD 中，AD=8,BC=6，E、F 分别是 AB、CD 的中点，EF=5，则 AD 与 BC 所成角的大小是（　　）

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．90°

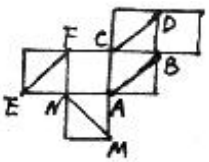
17、三棱锥 A—BCD 的棱长全相等，E 是 AD 的中点，则直线 CE 与 BD 所成角的余弦值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{6}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{33}}{6}$　　D．$\frac{1}{2}$

18、在空间四边形 ABCD 中，E，F 分别 AB，CD 的中点，若 AD=BC，且 AD 与 BC 成 60°　的角，则异面直线 EF 和 BC 所成的角的大小为（　　）

A．30°　　B．60°　　C．30°或 60°　　D．90°

19．右图是一个正方体的展开图，在原正方体中，有下列命题：



第 19 题

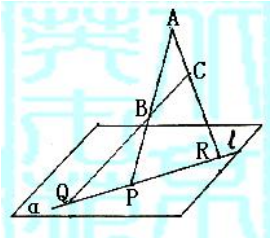
①AB 与 CD 所在直线垂直；　　②CD 与 EF 所在直线平行

③AB 与 MN 所在直线成 60°角；　　④MN 与 EF 所在直线异面

其中正确命题的序号是（ D ）

A．①③　　B．①④　　C．②③　　D．③④

20、已知△ABC 三边所在直线分别与平面 α 交于 P、Q、R 三点，求证：P、Q、R 三点共线 .



能力提高

1．教室内有一把尺子，无论怎样放置，地面上总有这样的直线与该直尺所在直线（　）

A．平行　　B．垂直　　C．相交但不垂直　　D．异面

2．用一个平面去截正方体，则截面形状不可能是（　）

A．正三角形　　B．正方形　　C．正五边形　　D．正六边形

3、若P是两条异面直线l、m外的任意一点，则

(A)过点P有且仅有一条直线与l、m都平行

(B)过点P有且仅有一条直线与l、m都垂直

(C)过点P有且仅有一条直线与l、m都相交

(D)过点P有且仅有一条直线与l、m都异面

4．在下列的四个命题中：

①a,b是异面直线，则过a,b分别存在平面α,β，使$\alpha//\beta$；

②a,b是异面直线，则过a,b分别存在平面α,β，使$\alpha\perp\beta$；

③a,b是异面直线，若直线c,d与a,b都相交，则c,d也是异面直线；

④a,b是异面直线，则存在平面α过a且与b垂直．真命题的个数为（　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

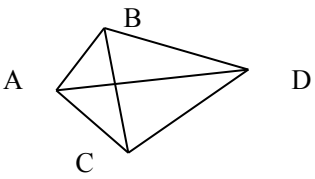
5、设A、B、C、D是空间四个不同的点，在下列命题中，不正确的是（ C ）

（A）若AC与BD共面，则AD与BC共面

（B）若AC与BD是异面直线，则AD与BC是异面直线

(C) 若$AB=AC$，$DB=DC$，则$AD=BC$

(D) 若$AB=AC$，$DB=DC$，则$AD\perp BC$



6、若直线 a, b 与直线 c 相交成等角，则 a, b 的位置关系是_____.

7、空间四边形$ABCD$中，E,F,G,H分别是AB,BC,CD,DA的中点，则BC与AD的位置关系是_____；四边形$EFGH$是_____形；

当_____时，四边形$EFGH$是菱形；

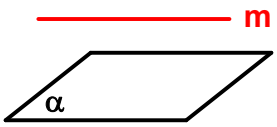
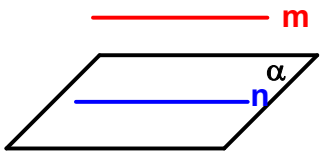
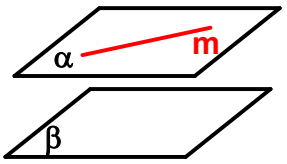
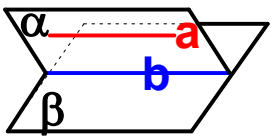
当_____时，四边形$EFGH$是矩形；

当_____且_____时，四边形$EFGH$是正方形。

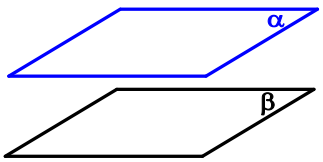
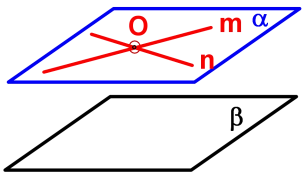
2.2 直线、平面平行的判定及其性质

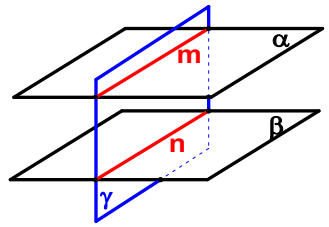
要点回顾

1、 直线与平面**平行的判定与性质**

	文字语言	图形语言	符号语言
直线与平面平行的**判定**	**定义**：一条直线与一个平面没有公共点,叫做这条直线与这个平面平行		$m\cap\alpha=\phi\Rightarrow m\parallel\alpha$
	判定定理:平面外的一条直线与此平面内的一条直线平行,则该直线与此平面平行.		$\left.\begin{array}{l} m\not\subset\alpha \\ n\subset\alpha \\ m\parallel n \end{array}\right\}\Rightarrow m\parallel\alpha$
	两个平面平行，其中一个平面内的任一条直线必平行于另一个平面。		$\left.\begin{array}{l} \alpha\parallel\beta \\ m\subset\alpha \end{array}\right\}\Rightarrow m\parallel\beta$
性质	**定理**:一条直线与一个平面平行,则经过这条直线的任一平面与此平面的交线与该直线平行.		$\left.\begin{array}{l} a\subset\alpha\text{且}a\parallel\beta \\ \alpha\cap\beta=b \end{array}\right\}\Rightarrow a\parallel b$

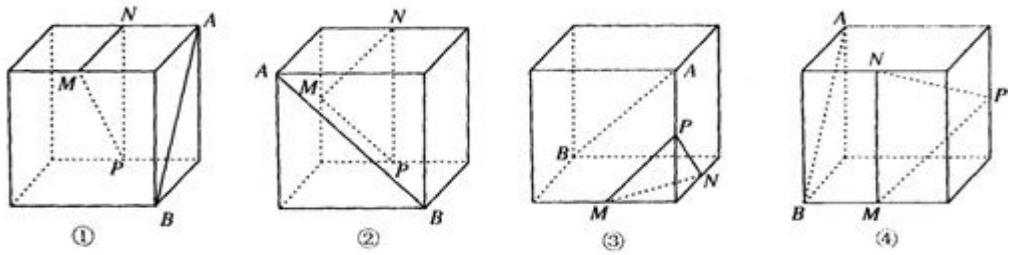
2、 平面与平面**平行的判定与性质**

	文字语言	图形语言	符号语言
两平面**平行的判定**	**定义**：如果两个平面没有公共点，那么这两个平面互相平行。		$\alpha\cap\beta=\phi\Rightarrow\alpha\parallel\beta$
	定理:一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行，则这两个平面平行.		$\left.\begin{array}{l} m\subset\alpha,n\subset\alpha \\ m\cap n=O \\ m\parallel\beta,n\parallel\beta \end{array}\right\}\Rightarrow\alpha\parallel\beta$

两平面平行的性质	**定理**：如果两个平行平面同时与第三个平面相交，那么它们的交线平行		$\left.\begin{array}{l}\alpha \parallel \beta \\ \alpha \cap \gamma = m \\ \beta \cap \gamma = n\end{array}\right\} \Rightarrow m \parallel n$

基础训练

1、下面四个正方体图形中，A、B 为正方体的两个顶点，M、N、P 分别为其所在棱的中点，能得出 AB//平面 MNP 的图形是（　　）



A．①②　　B．①④　　C．②③　　D．③④

2、梯形 ABCD 中 AB//CD，AB⊂平面 α，CD⊄平面 α，则直线 CD 与平面 α 内的直线的位置关系只能是　　（　　）

A．平行　　B．平行或异面　　C．平行或相交　　D．异面或相交

3、设 E、F、G 分别是四面体的棱 BC、CD、DA 的中点，则此四面体中与过 E、F、G 的截面平行的棱有（　）

A．0 条　　B．1 条　　C．2 条　　D．3 条

4、已知直线 a、b 与平面 α，给出下列四个命题

①若 a∥b，b⊂ α，则 a∥ α；　　②若 a∥ α，b⊂ α，则 a∥b；

③若 a∥ α，b∥ α，则 a∥b;　　④$a//b, a//\alpha \Rightarrow b//\alpha$。

其中错误的命题有（ ）　　A．1 个；　　B．2 个；　　C．3 个；　　D．4 个。

5、对于直线 m、n 和平面 α，下面命题中的真命题是（　　）

A．如果 $m \subset \alpha, n \not\subset \alpha, m$、n 是异面直线，那么 $n//\alpha$

B．如果 $m \subset \alpha, n \not\subset \alpha, m$、n 是异面直线，那么 n与 α 相交

C．如果 $m \subset \alpha, n//\alpha, m$、n 共面，那么 $m//n$

D．如果 $m//\alpha, n//\alpha, m$、n 共面，那么 $m//n$

6、下列四个结论：

⑴两条直线都和同一个平面平行，则这两条直线平行。

⑵两条直线没有公共点，则这两条直线平行。

⑶两条直线都和第三条直线垂直，则这两条直线平行。

⑷一条直线和一个平面内无数条直线没有公共点，则这条直线和这个平面平行。

其中正确的个数为（　　）

A。 0　　B。 1　　C。 2　　D。 3

7、下列命题：

①如果一个平面内的任意一条直线平行于另一个平面，那么这两个平面平行；

②如果一个平面内的两条直线平行于另一个平面，那么这两个平面平行；

③如果一个平面内的无数条直线平行于另一个平面，那么这两个平面平行；

④如果一个平面内的两条相交直线与另一个平面内的两条相交直线分别平行，那么这两个平面平行。

其中正确的命题是_____.

8、平面α // 平面β的一个充分条件是（ ）

A．存在一条直线a，$a \parallel \alpha$，$a \parallel \beta$；

B．存在一条直线a，$a \subset \alpha$，$a \parallel \beta$；

C．存在两条平行直线a，b，$a \subset \alpha$，$b \subset \beta$，$a \parallel \beta$，$b \parallel \alpha$；

D．存在两条异面直线a，b，$a \subset \alpha$，$b \subset \beta$，$a \parallel \beta$，$b \parallel \alpha$。

9、若 P 为异面直线 a、b 外一点，则过 P 且与 a、b 均平行的平面 （　　）

A．必有一个；　B．有且只有一个；　C．有无穷多个；　D．有可能不存在。

10、下列命题：

（1）平行于同一直线的两直线互相平行；

（2）平行于同一直线的两平面互相平行；

（3）平行于同一平面的两直线互相平行；

（4）平行于同一平面的两平面互相平行。

其中真命题有（　　）个。A、1 个；B、2 个；C、3 个；D、4 个。

11、下列命题中正确的命题有_____

（1）一个平面与两个平行平面相交，交线平行.

（2）一条直线与两个平行平面中的一个相交，则必与另一个平面相交.

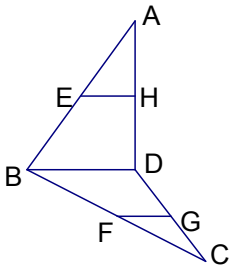
（3）两条平行直线中有一条直线平行于一个平面，则另一条直线也平行于此平面；

（4）一条直线与两个相交平面都平行，则这条直线与这两个平面的交线平行.

（5）与两相交平面的交线平行的直线必平行于这两个相交平面.

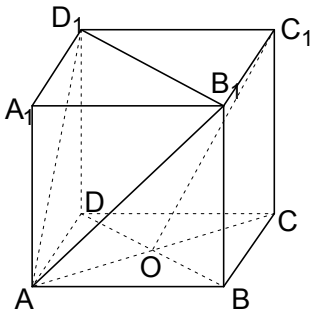
（6）一直线与一平面平行,这个平面内有无数条直线与它平行.

12、已知 E,F,G,H 为空间四边形 $ABCD$ 的边 AB,BC,CD,DA 上的点，且 $EH \parallel FG$，求证：$EH \parallel BD$。



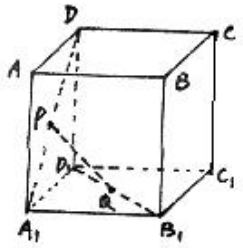
13、已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，O 是底 $ABCD$ 对角线的交点，求证：

（1）$OC_1 \parallel$ 面 AB_1D_1；（2）面 $BDC_1 \parallel$ 面 AB_1D_1。



14、设 P、Q 是单位正方体 AC_1 的面 AA_1D_1D、面 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心。如图：

（1）证明：PQ∥平面 AA_1B_1B；　　（2）求线段 PQ 的长。



能力提高

1、下列命题正确的是（　　）

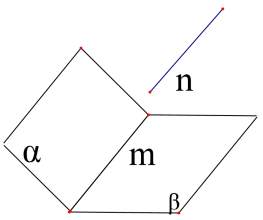
A．若两条直线和同一个平面所成的角相等，则这两条直线平行

B．若一个平面内有三个点到另一个平面的距离相等，则这两个平面平行

C．三角形的两条边平行于一个平面，则第三边也平行于这个平面

D．若两个平面都垂直于第三个平面，则这两个平面平行

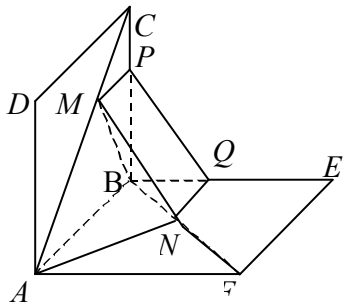
2、已知直线 n 与平面 α,β，若 $n//\alpha, n//\beta, \alpha\cap\beta=m$，求证：$n//m$



3、如图，正方形 $ABCD$ 、$ABEF$ 的边长都是 1，而且平面 $ABCD$ 、$ABEF$ 互相垂直．点 M 在 AC 上移动，点 N 在 BF 上移动，若 $CM = BN = a\ (0 < a < \sqrt{2})$.

（1）求 MN 的长；求证:MN//平面 BCE

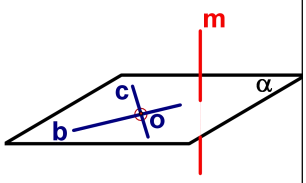
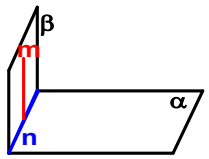
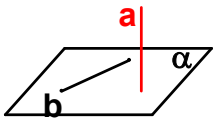
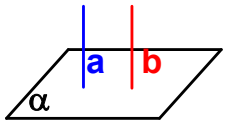
（2）当 a 为何值时， MN 的长最小；



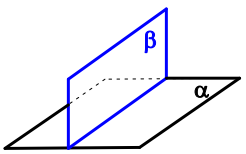
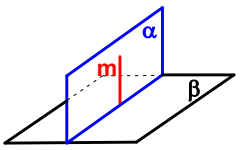
2.3 直线、平面垂直的判定及其性质

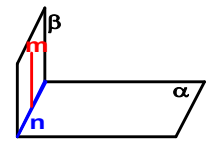
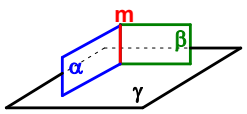
要点回顾

1、 直线与平面**垂直的判定与性质**

	文字语言	图形语言	符号语言
线面垂直的判定	定义：如果直线 l 与平面 α 内的任意一条直线都垂直,就说直线 l 与平面 α 互相垂直。		
	定理：一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直,则该直线与此平面垂直。		$\left.\begin{array}{l} m\perp b, m\perp c \\ b\subset\alpha, c\subset\alpha \\ b\cap c=o \end{array}\right\}\Rightarrow m\perp\alpha$
	定理：如果两个平面互相垂直,那么在一个平面内垂直于它们交线的直线垂直于另一个平面		$\left.\begin{array}{l} \alpha\perp\beta \\ \alpha\cap\beta=n \\ m\subset\alpha \\ m\perp n \end{array}\right\}\Rightarrow m\perp\beta$
线面垂直的性质	平面的一条垂线垂直于平面内的任何直线		$\left.\begin{array}{l} a\perp\alpha \\ b\subset\alpha \end{array}\right\}\Rightarrow a\perp b$
	定理：垂直于同一平面的两直线平行		$\left.\begin{array}{l} a\perp\alpha \\ b\perp\alpha \end{array}\right\}\Rightarrow a\parallel b$

2、 平面与平面**垂直的判定与性质**

	文字语言	图形语言	符号语言
面面垂直的判定	定义：两个平面相交, 如果所成的二面角是直角, 则这两个平面互相垂直		α 与 β 所成二面角是直角 $\Rightarrow\alpha\perp\beta$
	定理：一个平面过另一个平面的垂线, 则这两个平面垂直.		$\left.\begin{array}{l} m\perp\beta \\ m\subset\alpha \end{array}\right\}\Rightarrow\alpha\perp\beta$

面面垂直的性质	**定理：**两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线垂直于另一个平面		$\left.\begin{array}{l}\alpha\perp\beta\\ \alpha\cap\beta=n\\ m\subset\alpha\\ m\perp n\end{array}\right\}\Rightarrow m\perp\beta$
	如果两个相交平面都垂直于第三个平面,那么这两个相交平面的交线也垂直于第三个平面。		$\left.\begin{array}{l}\alpha\cap\beta=m\\ \alpha\perp\gamma\\ \beta\perp\gamma\end{array}\right\}\Rightarrow m\perp\gamma$

3、 直线与平面所成的角：平面的一条斜线和它在平面上的射影所成的锐角。

4、 二面角：从一条直线出发的两个半平面所组成的图形叫做二面角，二面角的大小可以用它的平面角来度量。

基础训练

1、下列命题中错误的是_____ 。

（1）如果一条直线和一个平面内的两条直线垂直，那么这条直线垂直于这个平面；

（2）如果一条直线和一个平面内的两条相交直线垂直，那么这条直线垂直于这个平面；

（3）如果一条直线和一个平面内的无数条直线垂直，那么这条直线垂直于这个平面.

（4）如果一条直线和一个平面内的所有直线都垂直，那么这条直线垂直于这个平面.

2、下列命题中错误的是 （ ）

A．若一直线垂直于一平面，则此直线必垂直于这一平面内所有直线

B．若一平面经过另一平面的垂线，则两个平面互相垂直

C．若一条直线垂直于平面内的一条直线，则此直线垂直于这一平面

D．若平面内的一条直线和这一平面的一条斜线的射影垂直，则它也和这条斜线垂直

3、若两个平面互相垂直，则下列命题中正确的是（ ）

A．一个平面内的已知直线必垂直于另一个平面内的任意一条直线；

B．一个平面内的已知直线必垂直于另一个平面内的无数条直线；

C．一个平面内的任意一条直线必垂直于另一个平面；

D．过一个平面内任意一点作交线的垂线，则此垂线必垂直于另一个平面.

4、若有平面α与β，且$\alpha\cap\beta=l,\alpha\perp\beta,P\in\alpha,P\notin l$，则下列命题中的假命题为（　　）

A．过点P且垂直于α的直线平行于β　　B．过点P且垂直于l的平面垂直于β

C．过点P且垂直于β的直线在α内　　D．过点P且垂直于l的直线垂直于β

5、下列命题中错误的是（　　）

（A）如果平面$\alpha\perp$平面β，那么平面α内一定存在直线平行于平面β

（B）如果平面α不垂直于平面β，那么平面α内一定不存在直线垂直于平面β

（C）如果平面$\alpha\perp$平面γ，平面$\beta\perp$平面γ，$\alpha\cap\beta=l$，那么$l\perp$平面γ

（D）如果平面$\alpha\perp$平面β，那么平面α内所有直线都垂直于平面β

6、在空间，下列命题中正确的是（　　）

A．若两直线a,b与直线l所成的角相等，那么$a//b$

B．若两直线a,b与平面α所成的角相等，那么$a//b$

C．如果直线l与两平面α，β所成的角都是直角，那么$\alpha//\beta$

D．若平面γ与两平面α,β所成的二面角都是直二面角，那么$\alpha//\beta$

7、下列命题正确的是（　　）

①过平面外一点有且只有一条直线和已知平面垂直

②过直线外一点有且只有一个平面和已知直线垂直

③过平面外一点有且只有一条直线与已知平面平行

④过平面外一点有且只有一个平面与已知平面垂直

A.①②③　　B.①②　　C. ①④　　D.②③④

8、下列命题：

①平行于同一平面的两直线相互平行；

②平行于同一直线的两平面相互平行；

③垂直于同一平面的两平面相互平行；

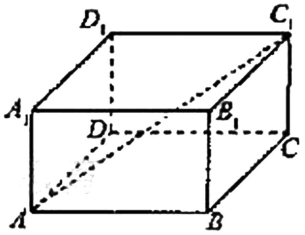
④垂直于同一直线的两平面相互平行；

⑤垂直于同一直线的两直线相互平行.

其中正确的有（　）

A．4个　　B．3个　　C．2个　　D．1个

9、如图，在长方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2$，$AA_1=1$，则 AC_1 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为（　）



A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{1}{3}$

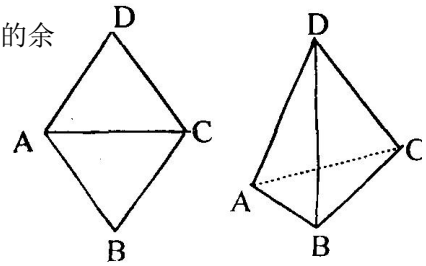
10、已知正三棱锥的侧棱长的底面边长的 2 倍，则侧棱与底面所成角的余弦值等于（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11、在正方体 ABCD—$A_1B_1C_1D_1$ 中，B_1C 与对角面 DD_1B_1B 所成的角的大小是（　）

A．15°　　B．30°　　C．45°　　D．60°

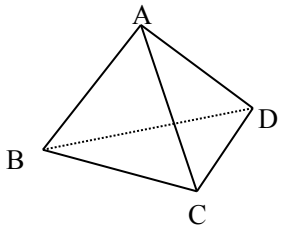
12．在边长为 1 的菱形 ABCD 中，∠ABC=60^0，将菱形沿对角线 AC 折起，使折起后 BD=1；则二面角 B 一 AC—D 的余弦值为（　）



A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

13、在四面体 ABCD 中、已知棱 AC 的长为 $\sqrt{2}$，其余各棱长都为 1，则二面角 A—CD—B 的余弦值为（　）



A. $\frac{1}{3}$；　　B. $\frac{1}{2}$；　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$；　　D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

14、已知两条直线 m,n，两个平面 α,β，给出下面四个命题：

① $m//n,m\perp\alpha\Rightarrow n\perp\alpha$　　② $\alpha//\beta,m\subset\alpha,n\subset\beta\Rightarrow m//n$

② $m\perp n,\alpha//\beta,m//\alpha\Rightarrow n\perp\beta$　　④ $\alpha//\beta,m//n,m\perp\alpha\Rightarrow n\perp\beta$

其中正确命题的序号是（　）

A．①③　　B．②④　　C．①④　　D．②③

15、已知直线$m\perp$平面α，直线$n\subset$平面β，给出下列四个命题：

①若$\alpha//\beta$，则$m\perp n$；　　②若$\alpha\perp\beta$，则$m//n$；

③ 若$m//n$，则$\alpha\perp\beta$；　　④若$m\perp n$，则$\alpha//\beta$.

其中正确的命题有　（　　）

A．③④　　B．①③　　C．②④　　D．①②

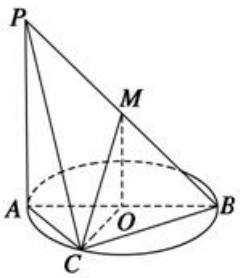
16、已知直线 m、n 与平面α与β，若$m//\alpha,n\perp\beta$且$\alpha\perp\beta$，则直线 m、n 的位置关系是_____ 。

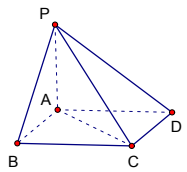
17、如图，AB 为圆 O 的直径，点 C 在圆周上（异于点 A，B），直线 PA 垂直于圆 O 所在的平面，点 M 为线段 PB 的中点．有以下四个命题：

①PA∥平面 MOB；　　②OC⊥平面 PAC；

④ MO∥平面 PAC；　　④平面 PAC⊥平面 PBC．

其中正确的命题有_____ 。





18 题

A．①②　　B．①③　　C．③④　　D．②④

18、如图，PA⊥矩形 ABCD，则图中的直角三角形共有__7__ 个

19、考察下列三个命题，是否需要在“__”处添加一个条件，才能构成真命题（其中l，m为直线，α、β为平面）？如需要，请填这个条件，如不需要，请把“___”划掉。

① $\left.\begin{array}{l} m\subset\alpha \\ l//m \\ _____ \end{array}\right\}\Rightarrow l//\alpha$　　② $\left.\begin{array}{l} l//m \\ m//\alpha \\ _____ \end{array}\right\}\Rightarrow l//\alpha$　　③ $\left.\begin{array}{l} l\perp\beta \\ \alpha\perp\beta \\ _____ \end{array}\right\}\Rightarrow l//\alpha$。

20、m,n,l表示直线,α,β,γ表示平面,下列命题正确的有_____

(1) 若$m \cap n=\varnothing$,则m、n异面
(2) 若$m \subset \alpha$，$n \cap \alpha$=P,,则m，n是异面直线
(3) 若$m \subset \alpha$，$n \subset \beta$，$\alpha \| \beta$,则m、n异面
(4) 若m、n异面,$n \| l$，则m、l异面
(5) 若$m \cap n=\varnothing$,且$m \subset \alpha$，$n \subset \alpha$则$m \| n$
(6) 若$m \| n, n \| l$,则$m \| l$
(7) 若$m \perp \alpha$，$n \perp \alpha$则$m \| n$
(8) 若$m \| \alpha, m \subset \beta, \alpha \cap \beta=n$,则$m \| n$
(9) 若$\alpha \| \beta$，$\gamma \cap \alpha=m$，$\gamma \cap \beta=n$,则$m \| n$
(10) 若$m \subset \alpha$，$n \subset \beta$，$\alpha \| \beta$,则$m \| n$
(11) 若$m \perp \alpha$，$n \perp \beta$，$\alpha \| \beta$则$m \| n$
(12) 若 m//α，n//α，则 m//n
(13) 若$m \subset \alpha$、$n \nparallel \beta, \alpha \| \beta$,则$m \nparallel n$
(14) 若$m // \beta, n \subset \beta$,则$m // n$
(15)若m、n与α成等角，则$m // n$
(16) 若$m \perp \alpha, n \subset \alpha$,则$m \perp n$
(17) 若$m \|$ n，$l \perp m$,则$l \perp n$
(18) 若$m \perp \alpha$，$n // \alpha$，则$m \perp n$
(19) 若$m \perp \alpha, n \subset \beta$，$\alpha \| \beta$,则$m \perp n$
(20) 若$\alpha \perp \beta$，$m \perp \alpha$，$n \perp \beta$，则$m \perp n$
(21) 若$\alpha \perp \beta, \alpha \cap \gamma=m, \beta \cap \gamma=n$,则$m \perp n$;
(22) 若$m \bigcap \alpha=\phi$,则$m \| \alpha$
(23) 若$m \not\subset \alpha$，则$m \| \alpha$
(24) 若$m \| n, n \subset \alpha$,则$m \| \alpha$
(25) 若$m \subset \alpha$，$\alpha \| \beta$,则$m \|$ β
(26) 若$m \| n$，$n \| \alpha$,则$m \| \alpha$
(27) 若$\alpha // \beta, l // \alpha$,则$l // \beta$.
(28) 若$m \perp \alpha$，$m \perp n$，,则$n \| \alpha$
(29) 若$m \perp \beta$，$\alpha \perp \beta$，则$m \| \alpha$
(30) 若$\alpha \cap \beta=n$，$m // n$，则$m // \alpha$，$m // \beta$
(31) 若$m // \alpha, m \perp n$，则$n // \alpha$
(32) 若$l \perp m$，$l \perp n$，$m \subset \alpha$，$n \subset \alpha$,则$l \perp \alpha$
(33) 若$m \subset \alpha, n$、$l \subset \beta, m \perp n, m \perp l$,则$\alpha \perp \beta$

(34) 若$m \| n$，$m \perp \alpha$,则$n \perp \alpha$

(35) 若$\alpha \perp \beta$，$\alpha \cap \beta=n$，$m \subset \alpha$，$m \perp n$,则$m \perp \beta$

(36) 若α ‖ β，m ⊥ α,则m ⊥ β

(37) 若α / /β，β / /γ，$m\perp\alpha$，则$m\perp\gamma$

(38)若α ⊥ γ，β ⊥ γ，α ⋂ β= m,则m ⊥ γ

(39)若$\alpha\perp\beta$，m//α，则$m\perp\beta$

(40) 若m ⊂ α，n ⊂ α，m ‖ β，n ‖ β，则α ‖ β

(41) 若m ⊂ α，n ⊂ α，m ‖ a，n ‖ b，m ⋂ n=P,$a\subset\beta$,$b\subset\beta$则α ‖ β

(42) 若α ‖ β，β ‖ γ,则α ‖ γ

(43) 若m//α,m// β,则α// β

(44) 若 m⊥ α，m⊥ β，则 α // β

(45) 若 m⊥ α，n ⊥ β，m ‖ n,则 α // β

(46) 若$\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则α / /β

(47) 若 m// α，m// β，则 α // β

(48) 若 m，n 是异面直线，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，m//β，则α / /β

(49) 若m // α、m//n, n // β,则α // β

(50) 若m ⊥ α，m ⊂ β,则α ⊥ β

(51) 若$\alpha\perp\beta$,$\beta\perp\gamma$，则$\alpha\perp\gamma$；

(52) 若 m⊥α，m// β，则$\alpha\perp\beta$

(53) 若$m\perp\alpha$,$n\subset$ β，m ‖ n,则$\alpha\perp\beta$

(54) 若$m\perp\alpha$,$n\perp$ β，$m\perp n$,则$\alpha\perp\beta$

(55) 若 $m\perp\alpha$,$m\perp\beta$,则$\alpha\perp\beta$

(56) 若$\alpha \cap \beta = n, m \subset \alpha, m \perp n$,则$\alpha \perp \beta$;

(57) 若$m \perp n, m \parallel \alpha, n \parallel \beta$则$\alpha \perp \beta$

(58) 若$m \parallel n, n \parallel \alpha$,则$m \parallel \alpha$

(59) 若$m \perp l, n \perp l$,则$m \parallel n$

(60) 若$\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma$，则$\alpha \perp \gamma$

(61) 若 m∥α，m∥β，则α∥β

(62) 若 m//α，n//α，则 m//n

(63) 若$m \parallel \alpha, \alpha \perp \beta$则 m $\perp \beta$

(64) 若$m \perp \alpha, n \subset \beta, \alpha \perp \beta$,则$m \perp n$

(65) 若$m \parallel \alpha, m \perp n$,则$n \perp \alpha$

(66) 若$m \perp \alpha, n \subset \beta, m \perp n$,则$\alpha \perp \beta$

(67) 若$m \parallel n, m \perp \alpha$则$n \perp \alpha$

(68) 若$m \parallel n, m \parallel \alpha$则$n \parallel \alpha$

(69) 若$m \perp n, m \perp \alpha$则$n \parallel \alpha$

(70) 若$m \perp n, m \parallel \alpha$则$n \perp \alpha$

(71) 若$\alpha \perp \beta$，$m \parallel \alpha$,则$m \perp \beta$

(72) 若$\alpha \perp \beta$，$m \perp \alpha$,则$m \parallel \beta$

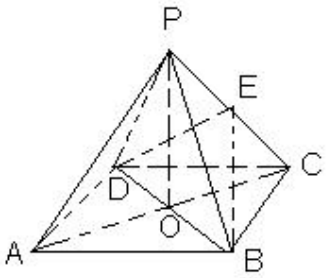
(73) 若$\alpha \parallel \beta$，$m \parallel \alpha$,则$m \parallel \beta$

(74) 若$\alpha \parallel \beta$，$m \perp \alpha$,则$m \perp \beta$

20、如图，ABCD 是正方形，O 是正方形的中心，PO⊥底面 ABCD，E 是 PC 的中点。

求证：（1）PA∥平面 BDE （4 分）

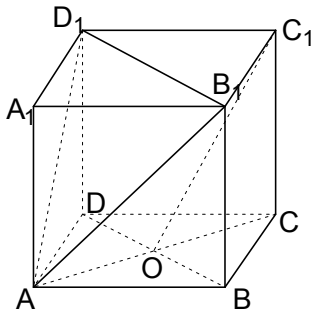
（2）平面 PAC⊥平面 BDE（6 分）



21、已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，O 是底 $ABCD$ 对角线的交点.

求证：（1）OC_1 // 面 AB_1D_1；

（2）$A_1C \perp$ 面 AB_1D_1.

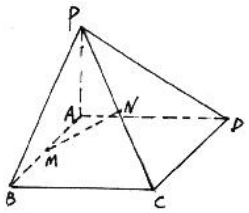


22．已知 PA⊥矩形 ABCD 所在平面，M、N 分别是 AB、PC 的中点.

MN‖平面 PAD

（1）求证：MN⊥CD；

（2）若∠PDA=45°，求证 MN⊥面 PCD.(12 分)

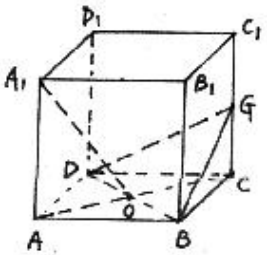


23．在正方体 ABCD—$A_1B_1C_1D_1$，G 为 CC_1 的中点，O 为底面 ABCD 的中心。

（1）求证 AC_1 ‖平面BDG

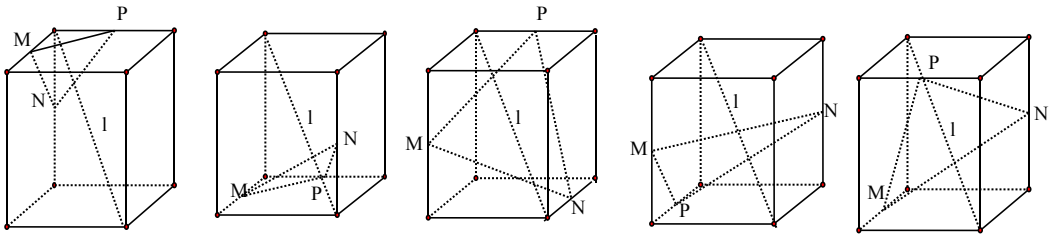
（2）求证 平面ACC_1A_1 ⊥ 平面BDG

（3）求二面角 A_1-BD-G 的大小。



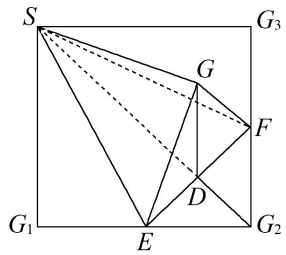
能力提高

1、下列 5 个正方体图形中，l 是正方体的一条对角线，点 M、N、P 分别为其所在棱的中点，能得出 l ⊥面 MNP 的图形的序号是_____（写出所有符合要求的图形序号）



①　　②　　③　　④　　⑤

2、如图，在正方形 $SG_1G_2G_3$ 中，E，F 分别是 G_1G_2，G_2G_3 的中点，D 是 EF 的中点，现沿 SE，SF 及 EF 把这个正方形折成一个几何体，使 G_1，G_2，G_3 三点重合于点 G，这样，下列五个结论：（1）SG⊥平面 EFG；（2）SD⊥平面 EFG；（3）GF⊥平面 SEF；（4）EF⊥平面 GSD；（5）GD⊥平面 SEF．正确的是（　）



A．（1）和（3）　　B．（2）和（5）

C．（1）和（4）　　D．（2）和（4）

3、下列命题正确的是（　　）

A．若平面 α 不平行于平面 β，则 β 内不存在直线平行于平面 α

B．若平面 α 不垂直于平面 β，则 β 内不存在直线垂直于平面 α

C．若直线 l 不平行于平面 α，则 α 内不存在直线平行于直线 l

D．若直线 l 不垂直于平面 α，则 α 内不存在直线垂直于直线 l

4、已知命题：“若 $x\perp y, y/\!/z$，则 $x\perp z$”为真命题，那么字母 x,y,z 在空间所表示的几何图形：①都是直线；②都是平面；③ x,y 是直线，z 是平面；④ x,z 是平面，y 是直线．　　其中正确结论的序号为_____．

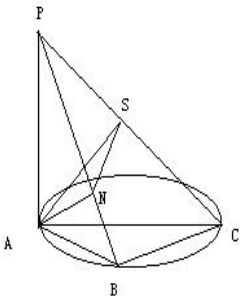
5、有一山坡，它的倾斜角为 30°，山坡上有一条小路与斜坡底线成 45°角，某人沿这条小路向上走了 200 米，则他升高了 （　　）

A．$100\sqrt{2}$ 米　　B．$50\sqrt{2}$ 米　　C．$25\sqrt{6}$ 米　　D．$50\sqrt{6}$ 米

6、如图，AC 为圆 O 的直径，B 为圆周上不与点 A、C 重合的点，PA 垂直于圆 O 所在的平面，连结 PB、PC、AB、BC，作 AN⊥PB，AS⊥PC，连结 SN，则图中直角三角形个数为（　）

A．8　　B．9

C．10　　D． 11



7、已知△*ABC*，点 *P* 是平面 *ABC* 外一点，点 *O* 是点 *P* 在平面 *ABC* 上的射影，

（1）若点 *P* 到△*ABC* 的三个顶点的距离相等，

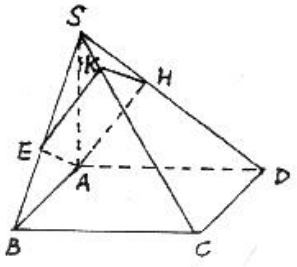
那么 *O* 点一定是△*ABC* 的_____；

（2）若点 *P* 到△*ABC* 的三边所在直线的距离相等且 *O* 点在△*ABC* 内，

那么 *O* 点一定是△*ABC* 的_____ ；

（3）若 $PA \perp PB, PB \perp PC, PC \perp PA$ ，那么 *O* 点一定是△*ABC* 的_____ 。

8．如图，ABCD 为正方形，过 A 作线段 SA⊥面 ABCD，又过 A 作与 SC 垂直的平面交 SB、SC、SD 于 E、K、H，求证：A E⊥SB、A H⊥SD。



第三章 直线与方程

3.1 直线的倾斜角与斜率

要点回顾

1、直线的倾斜角：在平面直角坐标系中，当直线 l 与 x 轴相交时，取 x 轴作为基准，x 轴正向与直线 l 向上方向之间所成的角 α 叫做直线的倾斜角，当直线 l 与 x 轴平行或重合时，规定直线的倾斜角为 0°。直线倾斜角的取值范围是 0° $\leqslant\alpha<$180°。

2、直线的斜率：倾斜角 α 不是 90° 的直线，它的倾斜角的正切叫做这条直线的斜率，常用 k 表示，即 $k=\tan\alpha$（$\alpha\neq$90°）。斜率 k 的取值范围是（$-\infty$，$+\infty$）。

倾斜角是 90° 的直线没有斜率；

3、过两点 P_1（x_1，y_1）、P_2（x_2，y_2）（$x_1\neq x_2$）的直线的斜率公式：$k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$。

4、求直线斜率的方法

①定义法：已知直线的倾斜角为 α，且 $\alpha\neq$90°，则斜率 $k=\tan\alpha$。

②公式法：已知直线过两点 P_1（x_1，y_1）、P_2（x_2，y_2），且 $x_1\neq x_2$，则斜率 $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$。

5、两条不同的直线 l_1 和 l_2 平行与垂直的判定：

①平行：$l_1\parallel l_2\Leftrightarrow k_1=k_2$；

②垂直：：$l_1\perp l_2\Leftrightarrow k_1k_2=-1$。

基础训练

1、下列命题正确的是 （ ）

A．若直线的倾斜角为 α，则此直线的斜率为 $\tan\alpha$

B．若直线的斜率为 $\tan\alpha$，则此直线的倾斜角为 α

C．每一条直线都有倾斜角，但并不是每一条直线都存在斜率

D．直线的倾斜角越大，它的斜率就越大

2、若直线l的倾斜角为$120°$，则直线的斜率是（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$-\sqrt{3}$　　D．$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

3、已知 $A(-3,\sqrt{3}),B(\sqrt{3},-1)$ 则直线 AB 的倾斜角　　（　　）

A．150°　　B．120°　　C．60°　　D．30°

4、经过点 $A(4,2m+1),B(2,-3)$ 的直线的倾斜角为$\frac{\pi}{4}$，则$m=$（　　）

A、-1　　B、-3　　C、0　　D、2

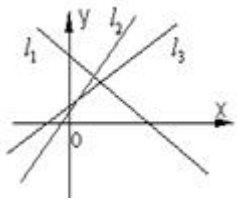
5、直线$x=1$的倾斜角和斜率分别是（　　）

A．$45°,1$　　B．$90°$，不存在　　C．$135°,-1$　　D．$180°$，不存在

6、已知直线l_1与l_2关于 x 轴对称，它们的倾斜角分别为α、β，则α＋β的值为（　　）

A．0；　　B．$\frac{\pi}{2}$；C．π；　D．2π

7、如图，直线l_1、l_2、l_3的斜率分别为k_1、k_2、k_3，则必有（　　）

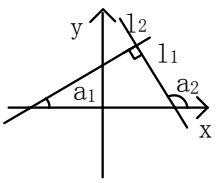


A．$k_3<k_1<k_2$　　B．$k_1<k_3<k_2$　　C．$k_1<k_2<k_3$　　D．$k_3<k_2<k_1$

8、如图，直线 l_1 的倾斜角 $a_1=30°$，直线 $l_1\perp l_2$，则 l_2 的斜率为　　（　　）

A．$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

C．$-\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{3}$



9、已知直线l_1经过不同两点$A(3,\ a)$、$B(a-2,\ 3)$，直线l_2经过不同两点$A(3,\ a)$、$C(6,\ 5)$，且$l_1\perp l_2$，则实数 a 的值是（　　）

A．0　　B．5　　C．-5　　D．0 或5

10、直线l过点A（1，2），且不经过第四象限，那么直线l的斜率的取值范围是（　　）

A．[0，2]　　B．[0，1]　　C．[0，$\frac{1}{2}$]　　D．（0，$\frac{1}{2}$）

11、直线l的斜率$k=x^2+1(x\in R)$，则直线l的倾斜角α的范围为_____.

12、填表：

倾斜角α的取值范围	$\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$	$\left[\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right]$	$\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$			
斜率k的取值范围				$\left[1,\sqrt{3}\right]$	$\left[-1,-\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$	$\left[-\sqrt{3},1\right]$

13、已知点$A(2,-3)$、$B(-3,-2)$，直线l过点$P(1,1)$且与线段AB相交，则直线l的斜率的取值k范围是（　　）

A．$(-\infty,-4]\cup[\frac{3}{4},+\infty)$　　B．$(-\infty,-\frac{1}{4}]\cup[\frac{3}{4},+\infty)$

C．$[-4,\frac{3}{4}]$　　D．$[\frac{3}{4},4]$

14、P（x，y）在线段AB上运动，已知A（2，4），B（5，－2），则$\frac{y+1}{x+1}$的取值范围是

A．[$-\frac{1}{6}$，$\frac{5}{3}$]；　　B．（－∞，$-\frac{1}{6}$]∪[$\frac{5}{3}$，+∞）

C．[$-\frac{1}{6}$，0）U（0，$\frac{5}{3}$]；　　D．（$-\frac{1}{6}$，$\frac{5}{3}$）

15、已知A(1,2)；B(-1,0)；C(m,4)三点共线，求m的值。M=3

3.2 直线的方程

要点回顾

一、直线的的方程

名称	方程	局限性
点斜式	$y-y_0=k(x-x_0)$	不能表示与 y 轴平行或重合的直线
斜截式	$y=kx+b$ (b 为直线在 y 轴上的截距)	不能表示与 y 轴平行或重合的直线
两点式	$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}\left(x_1\neq x_2,y_1\neq y_2\right)$	不能表示与坐标轴平行(或垂直)的直线
截距式	$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1\ (ab\neq 0)$	不能表示与坐标轴平行(垂直)或过原点的直线
一般式	$Ax+By+C=0$ ($A^2+B^2\neq 0$)	能表示所有直线

二、两直线位置关系

	$l_1:y=k_1x+b_1$ 与 $l_2:y=k_2x+b_2$	$l_1:A_1x+B_1y+C_1=0$ 与 $l_2:A_2x+B_2y+C_2=0$
平行	$l_1\parallel l_2\Leftrightarrow\begin{cases}k_1=k_2\\b_1\neq b_2\end{cases}$	$l_1\parallel l_2\Leftrightarrow\begin{cases}A_1B_2-A_2B_1=0\\A_1C_2-A_2C_1\neq 0\text{或}B_1C_2-B_2C_1\neq 0\end{cases}$ （上式可由 $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$ 变形得）
重合	l_1与l_2重合 $\Leftrightarrow\begin{cases}k_1=k_2\\b_1=b_2\end{cases}$	l_1与l_2重合 $\Leftrightarrow\begin{cases}A_1B_2-A_2B_1=0\\A_1C_2-A_2C_1=0\text{或}B_1C_2-B_2C_1=0\end{cases}$ （上式可由 $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$ 变形得）
垂直	$l_1\perp l_2\Leftrightarrow K_1K_2=-1$	$l_1\perp l_2\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2=0$
相交	l_1与l_2相交 $\Leftrightarrow k_1\neq k_2$	l_1与l_2相交 $\Leftrightarrow A_1B_2-A_2B_1\neq 0$

三、已知 $A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$，则线段 AB 的中点 P 的坐标是 $P\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$；点 $M\left(x,y\right)$ 关于点 $P\left(a,b\right)$ 的对称点是 $M'\left(2a-x,2b-y\right)$。

A 组训练

1．下列命题是真命题的是（　　）

A、过定点 P_0（x_0，y_0）的直线都可以用方程 $y-y_0=k(x-x_0)$ 来表示；

B、经过不同两点 P_1（x_1，y_1）、P_2（x_2，y_2）的直线都可以用方程

$(y-y_1)(x_2-x_1)=(x-x_1)(y_2-y_1)$ 来表示；

C、经过定点 A（0，b）的直线都可以用方程 $y=kx+b$ 来表示；

D、不经过原点的直线都可以用方程 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 来表示。

2．直线 $x+\sqrt{3}y+1=0$ 的倾斜角是（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

3、直线 l 过点 $P(-1,2)$，倾斜角为 $45°$，则直线 l 的方程为（　）

A．$x-y+1=0$　　B．$x-y-1=0$

C．$x-y-3=0$　　D．$x-y+3=0$

4、已知直线 $\boldsymbol{l}$ 的斜率为 3，在 y 轴上的截距为 4，则直线 $\boldsymbol{l}$ 的方程是（　　）

A．$3x-y+4=0$　　B．$x-3y-12=0$

C．$3x-y-4=0$　　D．$3x-y-12=0$

5．过点 M（−4，3）和 N（−2，1）的直线方程是　　（　　）

A．$x-y+3=0$　B．$x+y+1=0$　C．$x-y-1=0$　D．$x+y-3=0$

6、与直线 $y=\frac{1}{2}x+3$ 平行且过点（0，-1）的直线方程为　　（　　）

A．$2x+y+1=0$　　B．$x+2y+2=0$

C．$x-2y-2=0$　　D．$2x-y-1=0$

7．过点（−1，3）且垂直于直线 $x-2y+3=0$ 的直线方程为　　（　　）

A．$2x+y-1=0$　　B．$2x+y-5=0$

C．$x+2y-5=0$　　D．$x-2y+7=0$

8．已知点 A（1，2）、B（3，1），则线段 AB 的垂直平分线的方程是（　）

A．$4x+2y=5$　　B．$4x-2y=5$　　C．$x+2y=5$　　D．$x-2y=5$

9、直线$\frac{x}{a^2}-\frac{y}{b^2}=1$在$y$轴上的截距是(　　)

A．|b|　　B．$-b^2$　　C．b^2　　D．$\pm b$

10、已知直线$l:ax+y-2-a=0$在x轴和y轴上的截距相等，则$\boldsymbol{a}$的值是（　）

A．1　　B．-1　　C．-2 或-1　　D．-2 或 1

11．过点 P（2，3），且在两坐标轴上的截距相等的直线方程是（　）

A．$x+y-5=0$ 或 $x-y+1=0$　　B．$x-y+1=0$

C．$3x-2y=0$ 或 $x+y-5=0$　　D．$x-y+1=0$ 或 $3x-2y=0$

12、直线l过点$P(1,3)$，且与x、y轴正半轴围成的三角形的面积等于6的直线方程是（　）

A．$3x+y-6=0$　　B．$x+3y-10=0$

C．$3x-y=0$　　D．$x-3y+8=0$

13．如果直线$(2a+5)x+(a-2)y+4=0$与直线$(2-a)x+(a+3)y-1=0$互相垂直，则a的值等于（　）

A．2　　B．－2　　C．2,－2　　D．2,0,－2

14．直线$ax+2y+6=0$与直线$x+(a-1)y+a^2-1=0$平行，则 a 的值等于（　）

A．$a=2$；　　B．$a=2$ 或－1；　　C．$a=-1$；　　D．$a=-2$。

15．已知直线$l_1:x+my+6=0, l_2:(m-2)x+3y+2m=0$，求 m 的值，使得直线$l_1$与$l_2$

（1）　平行，（2）垂直，（3）重合.（4）相交

16、已知ΔABC的三个顶点为A（4，1）、B（7，5）、C（3，7）

（1）求BC边所在直线的方程；

（2）求BC边上的中线所在直线的方程；

（3）求BC边上的高线所在直线的方程；

（4）求BC边上的垂直平分线所在直线的方程.

17、已知P（3，2），一直线l过点P，

①若直线l在两坐标轴上截距之和为12，求直线l的方程；

②若直线l与x、y轴正半轴交于A、B两点，当ΔOAB面积为12时求直线l的方程.

18、过点$P(2,1)$作直线l分别交x轴的正半轴和y轴的正半轴于$A(a,0),B(0,b)$两点

（1）求$a+b$的最小值；

（2）当ΔAOB（O为原点）的面积S最小时，求直线l的方程，并求出S的最小值.

B 组训练

1、若直线 ax+by+c=0 在第一、二、四象限，则有 （ ）

A．$ac>0,bc>0$ B．$ac>0,bc<0$ C．$ac<0,bc>0$ D．$ac<0,bc<0$

2、若 $-\frac{\pi}{2}<\alpha<0$，则直线 $x\cdot\tan\alpha-y=0$ 的倾斜角为 （ ）

A．$-\alpha$ B．$\frac{\pi}{2}+\alpha$ C．$\pi+\alpha$ D．$\frac{\pi}{2}-\alpha$

3、过点 P（4，－1）且倾斜角为直线 y=2x 的倾斜角 2 倍的直线方程是（ ）

A．4x－y－17=0 B．3x+4y－8=0 C．4x－3y－19=0 D．4x+3y－13=0

4、直线过点（6，－2），且在 x 轴上的截距比在 y 轴上的截距大 1，则它的方程是（ ）

A．2x+3y－6=0 B．2x+3y－6=0 或 4x+3y－12=0

C．x－y+3=0 D．x+2y－2=0 或 2x+3y－6=0

5、直线 $x\cos\alpha+y+1=0$ 倾斜角的取值范围是 （ ）

A．$[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$ B．$[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$； C．$(0,\frac{\pi}{2})\cup(\frac{\pi}{2},\pi)$； D．$[0,\frac{\pi}{4}]\cup[\frac{3\pi}{4},\pi)$

6、直线 $l:ax+y+2=0$ 和点 $P(-2,1),Q(3,2)$，l 与线段 PQ 相交，则 a 的取值范围为（ ）

A．$-\frac{4}{3}\le a\le\frac{3}{2}$； B．$-\frac{3}{2}\le a\le\frac{4}{3}$； C．$a\ge\frac{3}{2}$ 或 $a\le-\frac{4}{3}$； D．$a\le-\frac{3}{2}$ 或 $a\ge\frac{4}{3}$

7、有定点 P（6,4）及直线 $l:y=4x$，点 Q 是 l 上在第一象限内的点，直线 PQ 交 x 轴的正半轴于 M 问点 Q 在什么位置时，ΔOMQ 的面积最小？

解：设 $Q(x_1,4x_1)\ (x_1>1)$

3.3 直线的交点坐标与距离公式

要点回顾

1、直线系方程：

设 $l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$ 与 $l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$ 相交于点 $P(x_0,y_0)$

则方程：$(A_1x+B_1y+C_1)+\lambda(A_2x+B_2y+C_2)=0$ 表示过点 P 的直线（l_2 除外）

2、点到直线的距离：

点 P（X_0,y_0）到直线 Ax+By+C=0 的距离是：$d=\dfrac{|Ax_0+By_0+c|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

3、两平行线间的距离：

两平行线 $Ax+By+C_1=0$ 与 $Ax+By+C_1=0$ 间的距离是：$d=\dfrac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

4、点关于直线对称：

设点 P（X_0,y_0）关于直线 Ax+By+C=0 的对称是 $P'(x',y')$，则

$$\begin{cases}\dfrac{y'-y_0}{x'-x_0}\bullet\left(-\dfrac{A}{B}\right)=-1;\\ A\cdot\dfrac{x'+x_0}{2}+B\cdot\dfrac{y'+y_0}{2}+C=0.\end{cases}$$

A 组训练

1、直线 $2x+3y+8=0$ 与直线 $x-y-1=0$ 的交点坐标是（　　）

$A.\ (-2,-1)$　　$B.\ (1,2)$　　$C.\ (-1,-2)$　　$D.\ (2,1)$

2、已知直线 $l_1: x-2y+3=0, l_2: 2x-4y-5=0$，在直角坐标平面上，集合

$\{l \mid l: x-2y+3+\lambda(2x-4y-5)=0, \lambda\in R\}$ 表示　　（　　）

A．过 l_1 和 l_2 交点的直线集合；　　B．过 l_1 和 l_2 交点的直线集合,但不包括直线 l_2

C．平行直线 l_1 的集合；　　D．平行直线 l_2 的集合

3、求过直线 $2x-y-10=0$ 和直线 $x+y+1=0$ 的交点且平行于 $3x-2y+4=0$ 的直线方程（　　）

A．　$2x+3y+6=0$　　B．　$3x-2y-17=0$

C．　$2x-3y-18=0$　　D．　$3x-2y-1=0$

4、点(1，－1)到直线 $x-y+1=0$ 的距离是(　　)

(A) $\frac{1}{2}$　　(B) $\frac{3}{2}$　　(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　(D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

5、直线 $3x+4y-7=0$ 与直线 $6x+8y+3=0$ 之间的距离是　　（C　）

A．$\frac{4}{5}$　　B．2　　C．$\frac{17}{10}$　　D．$\frac{17}{5}$

6、在平面直角坐标系中，点 $(0,2)$ 与点 $(4,0)$ 关于直线 l 对称，则直线 l 的方程为（　）

A．$x+2y-4=0$；B．$x-2y=0$　；C．$2x-y-3=0$；D．$2x-y+3=0$

7、和直线 3x-4y+5=0 关于 x 轴对称的直线方程是　　（　　）

A．3x+4y-5=0　　B．3x+4y+5=0　　C．-3x+4y-5=0　　D．-3x+4y+5=0.

8、直线y＝2x＋1关于y轴对称的直线方程为(　　)

A.y＝－2x＋1　　B. y＝2x－1　　C.y＝－2x－1　　D.y＝－x－1

9、已知正方形的中心为直线 $2x-y+2=0$ 和 $x+y+1=0$ 的交点，正方形一边所在直线的方程为 $x+3y-5=0$，求其它三边所在的直线的方程.

10、已知平行四边形的两条边所在的直线方程分别是 $x+y+1=0$ 和 $3x-y+4=0$， 它的对角线的交点是 $M(3,\ 0)$， 求这个四边形的其它两边所在的直线方程.

11、光线从点 A（－4，4）射出，经过 x 轴上的点 B 反射交 y 轴于点 C，再经过点 C 从 y 轴上反射恰过 D（－1, 6）,

（1）求 AB、BC、CD 所在直线的方程；

（2）求光线从 A 反射到 D 所经过的路线的长。

12、△ABC 中，顶点 A（0，1），AB 边上的高所在直线的方程为 x+2y－4=0，AC 边上的中线所在直线的方程为 2x+y－3=0，

求：（1）直线 AB 的方程；（2）B 点坐标；（3）BC 边所在直线的方程。

B 组训练

1、若直线$l_1:y=kx+1$与$l_2:x-y-1=0$的交点在第一象限内，则k的取值范围是（　　）

A．$k>1$　　B．$-1<k<1$　　C．$k<-1$或$k>1$　　D．$k<-1$

2、已知点$(a,2)(a>0)$到直线$l:x-y+3=0$的距离为1，则$a=$（　　）

（A）$\sqrt{2}$　　（B）$2-\sqrt{2}$　　（C）$\sqrt{2}-1$　　（D）$\sqrt{2}+1$

3、已知$a\in R$,直线$(1-a)x+(a+1)y-4(a+1)=0$过定点，则定点的坐标是（　）

A.（4，0）　　B.　（0，4）

C.（1，-1）　　D.　（-1，1）

4、直线$x-2y+1=0$关于直线$x=1$对称的直线方程是（　　）

A．$x+2y-1=0$；　　B．$2x+y-1=0$；

C．$2x+y-3=0$；　　D．$x+2y-3=0$

5、点$P(4,3)$关于直线$x-y+1=0$的对称点Q的坐标是（　　）

A．$(2,4)$　　B．$(3,4)$　　C．$(2,5)$　　D．$(3,5)$

6．以点A（1，－1）为对称中心，直线$2x+3y-6=0$关于A对称的直线方程是（　　）

A．$3x-2y+2=0$　　B．$2x+3y+7=0$

C．$3x-2y-12=0$　　D．$2x+3y+8=0$

7、已知直线直线l_1的方程为$y=ax+2$，直线l_2的方程为$y=3x-b$，直线l_1与直线l_2关于直线$y=x$对称，则（　　）

A．$a=\frac{1}{3},b=6$　B．$a=\frac{1}{3},b=-6$；C．$a=3,b=-2$；D．$a=3,b=6$

8、若$3x_1-4y_1-2=0,3x_2-4y_2-2=0$，则过$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$两点的直线方程是（）

A．$4x+3y-2=0$　　B．$3x-4y-2=0$

C．$4x+3y+2=0$　　D．$3x-4y+2=0$

9、将一张坐标纸折叠一次，使点（0，5）与点（4，3）重合，则与点（－4，2）重合的点（　　）

A.（4，－2）　　B.（4，－3）　　C.（3，$-\frac{3}{2}$）　　D.（3，－1）

6、已知ΔABC的一个顶点为$A(3,-1)$，$\angle B$被y轴平分，$\angle C$被直线$y=x$平分，则直线BC的方程是（　　）

A．$2x-y+5=0$　B．$2x-y+3=0$　C．$3x-y+5=0$　D．　$x+2y-5=0$

8、已知点$A(2,4)$、$B(-1,1)$，

（1）在y轴上求一点P，　使$|PA|+|PB|$的值最小；

（2）在x轴上求一点Q，　使$|QA|-|QB|$的值最大；

（3）在x轴上求一点M，　使$|MA|+|MB|$的值最小；

（4）在y轴上求一点N，　使$|NA|-|NB|$的值最大。

9、已知点N（3，1），点A、B分别在直线$y=x$和$y=0$上，则△AMB的周长的最小值是_____。

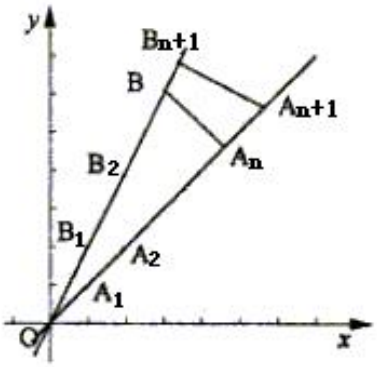
10．已知n条直线：L_1：x－y＋C_1=0、$C_1=\sqrt{2}$，　L_2：x－y＋C_2=0，L_3：x－y＋C_3=0，……L_n：x－y＋C_n=0 .(其中$C_1<C_2<C_3<\cdots\cdots<C_n$)这n条平行线中，每相邻两条之间的距离顺次为2，3，4，……，n.

（1）求C_n；

（2）求x－y＋C_n=0与x轴、y轴围成的图形的面积；

（3）求x－y＋C_{n-1}=0与x－y＋C_n=0及x轴、y轴围成的图形的面积.

11、 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，射线 $y=x(x\geq 0)$和$y=2x(x\geq 0)$上依次有点列 A_1，A_2…，A_n，…；B_1，B_2，…，B_n，….其中 $A_1(1,1),B_1(1,2),B_2(2,4)$,且 $|OA_n|=|OA_{n-1}|+\sqrt{2}$，$|B_{n-1}B_n|=2|B_nB_{n+1}|,(n=2,3,4\cdots)$.



（1）用含有 n 的式子表示$|B_nB_{n+1}|$；

（2）用含有 n 的式子表示点 A_n、B_n 的坐标

（3）求四边形 $A_nA_{n+1}B_{n+1}B_n(n\geq 4)$ 面积的最大值.

第四章 圆与方程

4.1 圆的方程

要点回顾

1、圆的定义：平面内与定点距离等于定长的点的集合(轨迹)叫圆.

2、圆的方程

	方程	圆心	半径
标准方程	$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$	（a，b）	r
一般方程	$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ (其中$D^2+E^2-4F>0$)	$\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)$	$r=\frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$

3、设点$P(x_0,y_0)$，圆$C:(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，则：

（1）当$C:(x_0-a)^2+(y_0-b)^2=r^2$时，点 P 在圆 C 上；

（2）当$C:(x_0-a)^2+(y_0-b)^2<r^2$时，点 P 在圆 C 内；

（3）当$C:(x_0-a)^2+(y_0-b)^2>r^2$时，点 P 在圆 C 外.

4、二次方程$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$。（*）配方得：

$$（x+\frac{D}{2}）^2+（y+\frac{E}{2}）^2=\frac{D^2+E^2-4F}{4}。$$

（1）当$D^2+E^2-4F>0$时，方程（*）表示圆；

（2）当$D^2+E^2-4F=0$时，方程（*）表示点（$-\frac{D}{2}$，$-\frac{E}{2}$）；

（3）当$D^2+E^2-4F<0$时，方程（*）不表示任何图形。

5、标准方程中有三个参量a、b、r；一般方程中有三个参量D、E、F，三个独立条件可以确定一个圆。可用待定系数法求方程中的参量。

基础训练

1、圆 $(x-1)^2+(y+2)^2=4$ 的圆心坐标为（　　）

A.（1，2）　　B.（1，-2）　　C.（-1，2）　　D.（-1，-2）

2、圆 $x^2+y^2-4x+2y=0$ 的圆心和半径分别是（　　）

A　(2,-1), $\sqrt{5}$；　　B　(2,-1), 5 ；　　C　(-2,1), $\sqrt{5}$ ；　　D　(-2,1),5.

3、以点 $P(2,-3)$ 为圆心，并且与 y 轴相切的圆的方程是（　　）

A. $(x+2)^2+(y-3)^2=4$　　B. $(x+2)^2+(y-3)^2=9$

C. $(x-2)^2+(y+3)^2=4$　　D. $(x-2)^2+(y+3)^2=9$

4、过点 $A(1,2)$，且与两坐标轴同时相切的圆的方程为(　　)

A．$(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 或 $(x-5)^2+(y-5)^2=25$

B．$(x-1)^2+(y-3)^2=2$

C．$(x-5)^2+(y-5)^2=25$

D．$(x-1)^2+(y-1)^2=1$

5、圆心为C（6，5），且过点B（3，6）的圆的方程为(　　)

A.（x－6）^{2}+（y－5）^{2}=10　　B.（x－6）^{2}+（y+5）^{2}=10

C.（x－5）^{2}+（y－6）^{2}=10　　D.（x－5）^{2}+（y+6）^{2}=10

6、以线段AB：x+y－2=0（0≤x≤2）为直径的圆的方程为(　　)

A.（x+1）^{2}+（y+1）^{2}=2　　B.（x－1）^{2}+（y－1）^{2}=2

C.（x+1）^{2}+（y+1）^{2}=8　　D.（x－1）^{2}+（y－1）^{2}=8

7、若方程 $x^2+y^2-x+y+m=0$ 表示圆，则实数 m 的取值范围是（　　）

A．$m<\frac{1}{2}$　　B．$m>\frac{1}{2}$　　C．$m<1$　　D．$m>1$

6、点 $(2a-1,\ 3-a)$ 在圆 $(x+1)^2+(y-2)^2=4$ 的内部，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$a\geq 1$；　　B．$a\leq -3$；　　C．$-\frac{3}{5}<a<1$；　　D．$a>1$或$a<-\frac{3}{5}$.

7、已知圆 M 的一般方程为 $x^2+y^2-8x+6y=0$，则下列说法中不正确的是（　　）

A. 圆 M 的圆心为 $(4,-3)$ ；　B. 圆 M 被 x 轴截得的弦长为 8

C. 圆 M 的半径为 25 ；　　D. 圆 M 被 y 轴截得的弦长为 6

8、M（3，0）是圆 $x^2+y^2-8x-2y+10=0$ 内一点，过 M 点最短的弦所在的直线方程是（　）

A、$x+y-3=0$ ；　B、$x-y-3=0$ ；　C、$2x-y-6=0$；　D、$2x+y-6=0$。

9、圆$(x+3)^2+(y-1)^2=25$ 上的点到原点的最大距离是(　　)

A．$5-\sqrt{10}$　　B．$5+\sqrt{10}$　　C.$\sqrt{10}$　　D．10

10、圆 $x^2+y^2-4x-4y+7=0$ 上的动点 P 到直线 $x+y=0$ 的最小距离为（　）

A．1　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$2\sqrt{2}-1$

11、求经过点 A(5,2),B(3,2),圆心在直线 2x─y─3=0 上的圆的方程;

12、求过 $A(-1,5),B(5,5),C(6,-2)$ 三点的圆.答 $(x-2)^2+(y-1)^2=25$

13、已知圆 C：$x^2+y^2=1$，Q 为圆上一动点，定点 $P(4,0)$，求 PQ 中点轨迹方程。

能力提高

1、已知实数 x, y 满足 $(x+5)^2+(y-12)^2=25$,那么 $\sqrt{x^2+y^2}$ 的最小值为（　）

A．5　　B．8　　C．13　　D．18

2、方程 $x^2+y^2-2y=0$ 所表示的曲线的特征是（　　）

A．关于直线 y=x 对称　　B．关于原点对称　　C．关于 x 轴对称　　D．关于 y 轴对称

3、已知点 $A(-1,0)$，过点 A 可作圆 $x^2+y^2+mx+1=0$ 的两条切线，则 m 的取值范围是_____.

4、已知 x，y 满足 $x^2+y^2=1$，则 $\frac{y-2}{x-1}$ 的最小值为_____

5、在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $y=x^2-6x+1$ 与坐标轴的交点都在圆 C 上，求圆 C 的方程。

6、已知圆经过点（4,2）和（-2，-6），该圆与两坐标轴的四个截距之和为-2，求圆的方程。

4.2 直线、圆的位置关系

要点回顾

一、直线与圆的位置关系：

(1) 直线与圆相离 $\Leftrightarrow d>r \Leftrightarrow \triangle<0 \Leftrightarrow$ 没有公共点；

(2) 直线与圆相切 $\Leftrightarrow d=r \Leftrightarrow \triangle=0 \Leftrightarrow$ 有且只有一个公共点；

(3) 直线与圆相交 $\Leftrightarrow d<r \Leftrightarrow \triangle>0 \Leftrightarrow$ 有两个公共点。

二、圆的切线的求法：

1、过已知点的切线

（1） 过圆 $x^2+y^2=r^2$ 上一点 (x_0,y_0) 的切线方程是：$xx_0+yy_0=r^2$；

（2） 过圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 上一点 (x_0,y_0) 的切线方程是：$(x_0-a)(x-a)+(y_0-b)(y-b)=r^2$

（3） 过圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 外一点 (x_0,y_0) 的切线：

当切线斜率存在时，设切线为 $y-y_0=k(x-x_0)$，则：

解法一（距离法）：由 $d=\dfrac{|k(a-x_0)-b+y_0|}{\sqrt{1+k^2}}=r$ 求得 k；

解法二（判别式法）：由 $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2=r^2\\ y-y_0=k(x-x_0)\end{cases}$ 消元后，再由 $\triangle=0$ 求得 k.

当切线斜率不存在时（此时 $x_0=a\pm r$），有一条切线为 $x=x_0$。

2、已知斜率的切线

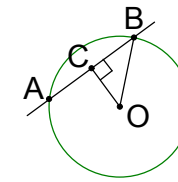
设斜率为 k 且与圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 相切的切线为 $y=kx+b$，则：

解法一：由 $d=\dfrac{|ka-b+b|}{\sqrt{1+k^2}}=r$ 求得 b；

解法二：由 $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2=r^2\\ y=kx+b\end{cases}$ 消元后，再由 $\triangle=0$ 求得 b。

三、**弦长问题**：

设直线 l 与圆 C 两个交点分别是 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$，线段AB的中点为C则：

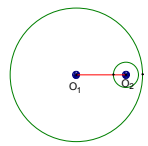
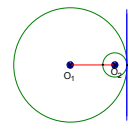
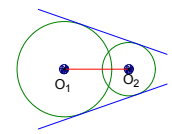
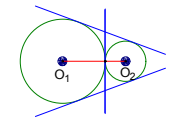
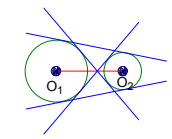


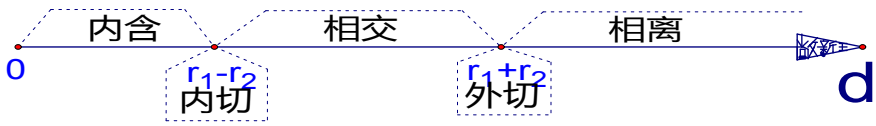
（1） **弦长**：$|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$；

（2） **弦长公式**：$|AB|=\sqrt{1+k^2}\cdot|x_1-x_2|=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\cdot|y_1-y_2|$；

（3） 弦长|AB|，半径 r，弦心距 a 有如下关系：$d^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2=r^2$ 或 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}$

四、圆与圆的位置关系：设两圆圆心分别为 0_1，0_2，半径分别为 r_1，r_2，$|O_1O_2|=d$，则：

位置关系	内含	内切	相交	外切	外离
图形					
圆心距范围	$0<d<\|r_1-r_2\|$	$d=\|r_1-r_2\|$	$\|r_1-r_2\|<d<r_1+r_2$	$d=r_1+r_2$	$d>r_1+r_2$
公切线条数	0	1	2	3	4



五、经过两个圆交点的圆系方程：

已知 $\odot C_1: x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1=0$ 和 $\odot C_2: x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2=0$ 相交，则：

（1）当 $\lambda\neq -1$ 时，方程 $x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1+\lambda(x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2)=0$ 表示过圆 $\odot C_1$ 和 $\odot C_2$ 的交点的圆；

（2）当 $\lambda=-1$ 时，方程 $x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1+\lambda(x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2)=0$ 表示过圆 $\odot C_1$ 和 $\odot C_2$ 的交点的直线。

六、经过直线与圆交点的圆系方程：

经过直线 l：$Ax+By+C=0$ 与圆 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ 的交点的圆系方程是：

$$x^2+y^2+Dx+Ey+F+\lambda(Ax+By+C)=0$$

基础训练

1、直线 $y=x+1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 的位置关系为（　　）

A．相切　　B．相交但直线不过圆心　　C．直线过圆心　　D．相离

2、圆 $x^2+y^2-2x=0$ 与圆 $x^2+y^2+4y=0$ 的位置关系是（　　）

A　相离　　B 外切　　C　相交　　D　内切

3、以点（2，－1）为圆心且与直线 $3x-4y+5=0$ 相切的圆的方程为(　　)

（A）$(x-2)^2+(y+1)^2=3$　　（B）$(x+2)^2+(y-1)^2=3$

（C）$(x-2)^2+(y+1)^2=9$　　（D）$(x+2)^2+(y-1)^2=3$

4、圆 $x^2+y^2=1$ 与直线 $y=kx+2$ 没有公共点，则 k 的取值范围是（　　）

A．$k\in(-\sqrt{2},\sqrt{2})$　　B．$k\in(-\sqrt{3},\sqrt{3})$

C．$k\in(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$　　D．$k\in(-\infty,-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},+\infty)$

5、圆 $x^2+y^2-4x=0$ 在点 P（1，$\sqrt{3}$）处的切线方程为

A．$x+\sqrt{3}y-2=0$　　B．$x+\sqrt{3}y-4=0$　　C．$x-\sqrt{3}y+4=0$　　D．$x-\sqrt{3}y+2=0$

6、过坐标原点且与圆 $x^2+y^2-4x+2y+\frac{5}{2}=0$ 相切的直线方程为（　　）

（A）$y=-3x$ 或 $y=\frac{1}{3}x$　　（B）$y=3x$ 或 $y=-\frac{1}{3}x$

（C）$y=-3x$ 或 $y=-\frac{1}{3}x$　　（D）$y=3x$ 或 $y=\frac{1}{3}x$

7、过点 M（2，3）作⊙O：$x^2+y^2-2x+4y+4=0$ 的切线方程是（　　）

A．$x=2$ 和 12x-5y-9=0　　B．$x=2$ 和 5x-12y-26=0

C．y=3 和 12x-5y-9=0　　D．$y=3$ 或 $5x-12y+26=0$

8、圆 $x^2+y^2-4x+4y+6=0$ 截直线 $x-y-5=0$ 所得的弦长等于

A．$\sqrt{6}$　　B．$\frac{5\sqrt{2}}{2}$　　C．1　　D．5

9、直线 x=2 被圆 $(x-a)^2+y^2=4$ 所截弦长等于 $2\sqrt{3}$，则 a 的值为（　　）

A　-1 或-3　　B　$\sqrt{2}$ 或 $-\sqrt{2}$　　C　1 或 3　　D　$\sqrt{3}$

10、过原点且被圆 $x^2+y^2-2x=0$ 截得的弦长为 $\sqrt{3}$ 的一条直线方程是 （ ）

A．$y=-x$ B．$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$ C．$y=x$ D．$y=\sqrt{3}x$

11、以原点为圆心，且截直线 $3x+4y+15=0$ 所得弦长为 8 的圆的方程是 （ ）

A．$x^2+y^2=5$ B．$x^2+y^2=25$ C．$x^2+y^2=4$ D．$x^2+y^2=16$

12、在圆 $x^2+y^2-2x-6y=0$ 内，过点 $E(0,1)$ 的最长弦和最短弦分别为 AC 和 BD，则四边形 ABCD 的面积为（ ）

（A）$5\sqrt{2}$ ； （B）$10\sqrt{2}$ ；（C）$15\sqrt{2}$ （D）$20\sqrt{2}$

13、设 P 为圆 $x^2+y^2=1$ 上的动点，则点 P 到直线 $3x-4y-20=0$ 的距离的最小值为

A．2 B. 3 C. 4 D. 5

14、若曲线 $x^2+y^2+a^2x+(1-a^2)y-4=0$ 关于直线 $y-x=0$ 的对称曲线仍是其本身，则实数 a=（ ）

A．$\pm\frac{1}{2}$ B．$\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ C．$\frac{1}{2}$或$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D．$-\frac{1}{2}$或$\frac{\sqrt{2}}{2}$

15、过两圆：$x^2+y^2+6x+4y=0$ 及 $x^2+y^2+4x+2y-4=0$ 的交点的直线的方程 （ ）

A．$x+y+2=0$ B．$x+y-2=0$ C．$5x+3y-2=0$ D．不存在

16、圆心在直线 $x-y-4=0$ 上，且经过两圆 $x^2+y^2-4x-3=0, x^2+y^2-4y-3=0$ 的交点的圆的方程为 （ ）

A．$x^2+y^2-6x+2y-3=0$； B．$x^2+y^2+6x+2y-3=0$

C．$x^2+y^2-6x-2y-3=0$； D．$x^2+y^2+6x-2y-3=0$

17、已知圆心在 x 轴正半轴上，半径为 2 的圆 C 与直线 $3x+4y+4=0$ 相切，则圆 C 的方程为（ ）

A．$x^2+y^2+4x=0$ ； B．$x^2+y^2-4x=0$

C．$x^2+y^2+4x+2=0$； D．$x^2+y^2-4x+2=0$

18、解答下列各题：已知圆 $x^2+y^2+4y-21=0$.

（1）求与直线 $4x+3y+1=0$ 垂直的圆 $x^2+y^2+4y-21=0$ 的切线；

（2）求过点 $(-7,-1)$ 的圆 $x^2+y^2+4y-21=0$ 的切线；

（3）求直线 $2x-y+3=0$ 被圆 $x^2+y^2+4y-21=0$ 所截得的弦长；

（4）若过点 $(-3,-3)$ 的直线被圆 $x^2+y^2+4y-21=0$ 所截得的弦长为 $4\sqrt{5}$ ，求直线的方程。

（5）已知圆心为 O（0，-2）的圆与直线 $3x-4y+17=0$ 相切，求圆 O 的方程。

（6）已知圆心为O（0，-2）的圆被直线$l:2x-y+3=0$截得的弦长为$AB=4\sqrt{5}$，求圆O的方程。

（7）求半径为5，圆心在直线$y=x-2$上，且与直线$3x-4y+17=0$相切的圆的方程。

（8）求半径为5，圆心在直线$y=x-2$上，被直线$l:2x-y+3=0$截得的弦长为$AB=4\sqrt{5}$的圆的方程。

若已知的直线不是弦，而是切线，怎样求圆的方程呢？看如下问题：

（9）求圆心在直线$y=x-2$上，且与直线$3x-4y+17=0$相切,被直线$2x-y+3=0$截得的弦长为$AB=4\sqrt{5}$的圆的方程.

19、已知圆 C 和 y 轴相切，圆心 C 在直线 $x-3y=0$ 上,且被直线 $y=x$ 截得的弦长为 $2\sqrt{7}$，求圆 C 的方程.

20、求经过点 $A(2,-1)$，和直线 $x+y=1$ 相切，且圆心在直线 $y=-2x$ 上的圆方程.

21、已知圆 $x^2+y^2+x-6y+m=0$ 和直线 $x+2y-3=0$ 交于 P、Q 两点，且 $OP\perp OQ$（O 为坐标原点），求该圆的圆心坐标及半径。

能力提高

1、圆 $x^2+y^2-2x+4y-4=0$ 与直线 $2tx-y-2-2t=0\ (t\in R)$ 的位置关系为（　　）

A．相离　　B．相切　　C．相交　　D．以上都有可能

2、点 M(x_0,y_0)在圆 $x^2+y^2=R^2$ 外，则直线 $x_0x+y_0y=R^2$ 与圆的位置关系是（　　）

A．相切　　B．　相交　　C．相离　　D．不确定

3、若直线 $ax+by=1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交，则点（a，b）的位置是　　（　）

A．在圆上　B．在圆外　C．在圆内　D．都有可能

4、若 a、b、c 是△ABC 的三边，直线 $ax+by+c=0$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相离，则△ABC 一定是 （　）

A．直角三角形　　B．等边三角形

C．锐角三角形　　D．钝角三角形

5、直线 y = x + b 与曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 有且仅有一个公共点，则 b 的取值范围是　　（　）

A．|b|= $\sqrt{2}$　　B．$-1\le b<1$或$b=\sqrt{2}$

C．$-1\le b\le\sqrt{2}$　　D．以上都错

5 已知直线 $l:y=x+b$ 与曲线 $C:y=3-\sqrt{4x-x^2}$ 有公共点，则 b 的取值范围为（　　）

A．$[-3,3]$　　B．$\left[3,1+2\sqrt{2}\right]$

C．$\left[1-2\sqrt{2},3\right]$　　D．$\left[1-2\sqrt{2},1+2\sqrt{2}\right]$

6、圆 $(x-3)^2+(y-3)^2=9$ 上到直线 3 x + 4y －11=0 的距离等于 1 的点有 （　）

A．1 个；　　B．2 个；　　C．3 个；　　D．4 个

7、若圆 $x^2+y^2-4x-4y-10=0$ 上至少有三个不同的点到直线 $l:ax+by=0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$,则直线 l 的倾斜角的取值范围是

A．$[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{4}]$　　B．$[\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}]$　　C．$[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$　　D．$[0,\frac{\pi}{2}]$

8、如果直线 $y=kx+1$ 与圆 $x^2+y^2+kx+my-4=0$ 交于 M、N 两点，且 M、N 关于直线 $x+y=0$ 对称，则不等式组：$\begin{cases} kx-y+1\geq 0 \\ kx-my\leq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域的面积是（　　）

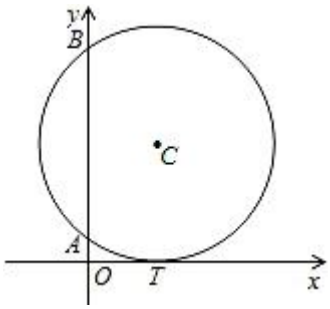
A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．2

9、若直线 $2ax-by+2=0(a>0,b>0)$ 总是等分圆 $x^2+y^2+2x-4y+1=0$ 的周长，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值是_____.

10、如图，已知圆 C 与 x 轴相切于点 T（1，0），与 y 轴正半轴交于两点 A，B（B 在 A 的上方），且|AB|=2.

（1）圆 C 的标准方程为_____.

（2）圆 C 在点 B 处切线在 x 轴上的截距为_____.



11、已知圆 C：$x^2+y^2-2x+4y-4=0$，是否存在斜率为 1 的直线 L，使 L 被圆 C 截得的弦 AB 为直径的圆过原点，若存在求出直线 L 的方程，若不存在说明理由.

12、已知圆C的圆心坐标为$(a,b)a>0,b>0$，若圆C与y轴相切，在直线$y=x$上截得的弦长为$\sqrt{14}$，且圆心在直线$x-2y=0$上

（1）求圆C的方程

(2)若点M（x,y)圆C上，求$\frac{y-5}{x-4}$的取值范围

(3) 将圆C向左平移一个单位得圆C'，若直线l与两坐标轴正半轴的交点分别为A，B，直线l的方程为$mx+ny-1=0(m>o,n>0)$。当A，B在坐标轴上滑动且l与圆C'相切时，求l与两坐标轴正半轴围成面积的最小值。

13、已知圆满足：①截y轴所得弦长为2；②被x轴分成两段圆弧，其弧长的比为3：1；③圆心到直线l：x-2y=0的距离为$\frac{\sqrt{5}}{5}$，求该圆的方程.

14、已知向量$\vec{a}=(1,0),\vec{b}=(-1,\frac{3}{5})$，设有圆心$(a_k,0)$，半径为$r_k$ $(k=1,2,\cdots)$的一系列圆$C_1,C_2\cdots$，每相邻两圆互相外切，并且都和经过定点$(0,1)$以$\vec{a}+5\vec{b}$为方向向量的直线l相切.

（Ⅰ）用r_k表示a_k；

（Ⅱ）证明数列$\{r_k\}$是等比数列；

（Ⅲ）若$a_1<0$，圆C_1与y轴相切，记圆C_1的面积为S_1，求$S_1+S_2+\cdots+S_n$.

4.3 空间直角坐标系

要点回顾

1、在空间直角坐标系 Oxyz 中，点 M 的坐标可用有序实数组 (x,y,z) 表示，记作 $M(x,y,z)$，其中 x 叫做点 M 的横坐标，y 叫做点 M 的纵坐标，z 叫做点 M 的竖坐标。

2、空间中两点 $P_1(x_1,y_1,z_1)$，$P_2(x_2,y_2,z_2)$ 之间的距离是：$|P_1P_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$。

基础训练

1、点 P（1,-2,3）在坐标平面 XOY 内的射影是_____，到坐标平面 XOY 的距离是_____；

在坐标平面 YOZ 内的射影是_____，到坐标平面 YOZ 的距离是_____；

在坐标平面 XOZ 内的射影是_____，到坐标平面 XOZ 的距离是_____。

2、点 P（1,-2,3）关于坐标平面 XOY 的对称点是_____，关于 Z 轴的对称点是_____；

关于坐标平面 YOZ 的对称点是_____，关于 X 轴的对称点是_____；

关于坐标平面 XOZ 的对称点是_____，关于 Y 轴的对称点是_____。

3、点 P（1,-2,3）在 X 轴上的射影是_____、在 Y 轴上的射影是_____、

在 Z 轴上的射影是_____。到 X 轴的距离是_____；到 Y 轴的距离是_____；

到 Z 轴的距离是_____。

4、点 P（1,-2,3）关于原点的对称点是_____、到原点的距离是_____。

5、已知空间两点 A（3，1，2），B（4，－2，5），则线段 AB 的长为 _____。

6、设 A 在 Z 轴上，它到点 $P(1,0,2)$ 的距离等于到点 $Q(1,-3,1)$ 的距离，那么 A 点的坐标是

7、A(2，0，3)在空间直角坐标系中的位置（　　）

A．在 y 轴上；　　B. 在 x0y 平面上

C. 在 x0z 平面上；　　D. 在第一象限内

8、已知点 P 到三个坐标平面的距离皆为 3，则点 P 到原点的距离是（　　）

A．3　　B. $3\sqrt{2}$　　C. $3\sqrt{3}$　　D. $3^3\sqrt{3}$

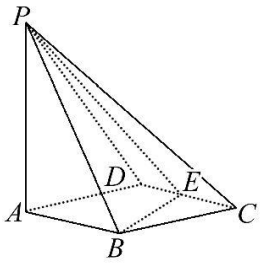
9、设 A 在 x 轴上，它到点 $P(0,\sqrt{2},3)$ 的距离等于到点 $Q(0,1,-1)$ 的距离的两倍，那么 A 点的坐标是（　）

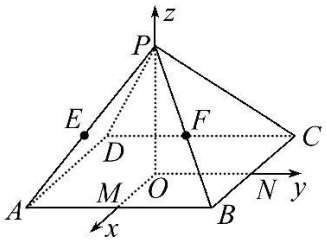
A.（1，0，0）和（ -1，0，0）　　B.（2，0，0）和（-2，0，0）

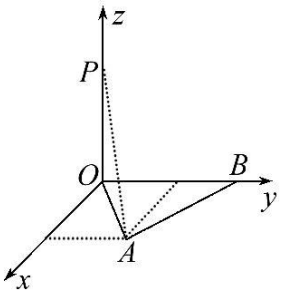
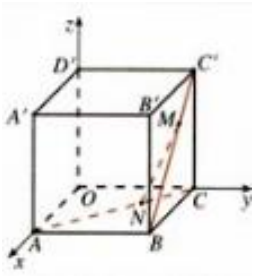
C.（$\frac{1}{2}$，0，0）和（$-\frac{1}{2}$，0，0）　　D.（$-\frac{\sqrt{2}}{2}$，0，0）和（$\frac{\sqrt{2}}{2}$，0，0）

10、如图所示,四棱锥 P-ABCD 的底面 ABCD 是边长为 1 的菱形,∠BCD=60°,E 是 CD 的中点,PA⊥底面 ABCD,PA=2. 试建立适当的空间直角坐标系,求出 A,B,C,D,P,E 的坐标.

11、如图所示,过正方形 ABCD 的中心 O 作 OP⊥平面 ABCD,已知正方形的边长为 2,OP=2,连接 AP,BP,CP,DP. M,N 分别是 AB,BC 的中点,以 O 为原点,射线 OM,ON,OP 分别为 x 轴,y 轴,z 轴的正方向建立空间直角坐标系. 若 E,F 分别为 PA,PB 的中点,求 A,B,C,D,E,F 的坐标.





12、已知点 A(1,1,0),对于 Oz 轴正半轴上任意一点 P,在 Oy 轴上是否存在一点 B,使得 PA⊥AB 成立?若存在,求出 B 点的坐标;若不存在,说明理由.

13、如图，正方体 $OABC-D_1A_1B_1C_1$ 的棱长我 1，$|AN|=2|CN|$，$|BM|=2|MC'|$，求 MN 的长。